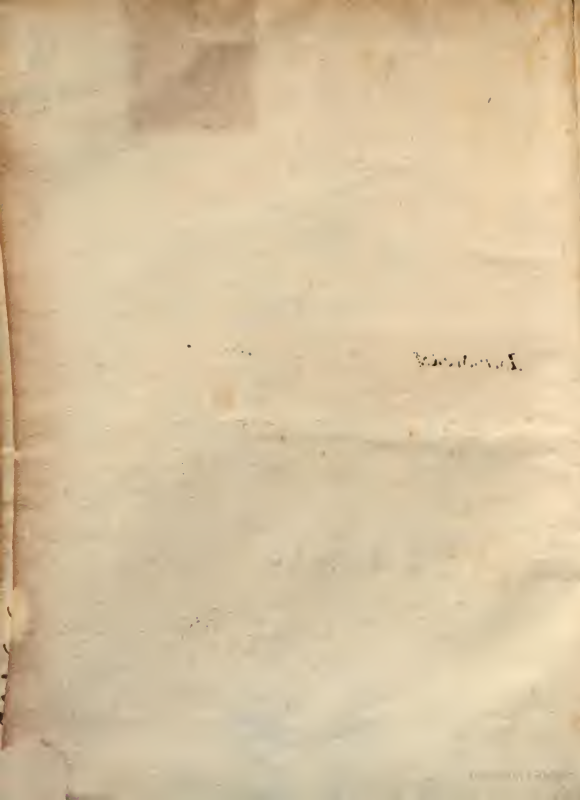



NAZIONALE
BIBLIOTECA
VITT. EMANUELE
12
4 P
21

NAZIONALE
BIBLIOTECA
VITT. EMANUELE
55
9 D
14
ROMA



INCLINATIONVM APPENDIX

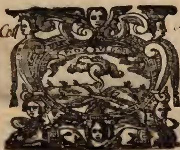
Seù τὸ GEOMETRIÆ ΠΛΗΡΩΜΑ

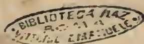
PER

ANTONIVM SANCTINIVM LVCENSEM

C. R. S. ac in

Almo VRBIS Gymnasio Professorem.



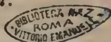




MACERATÆ,

Ex Typographia Philippi Camaccij. M.DC.XLVIII.

Superiorum Permissu.



Illustrissimo, ac Excellentissimo Domino

ANDREÆ IVSTINIANO
PRINCIPI BASSANI,
Ac S. D. N. INNOCENTII PP. X. Nepoti

S.



EOMETRÆ quippe veteres P. E. vt pro felici, quo fuerant ingenio donati, facultatem hanc præclaris adornarent inuentis, immensis sanè laboribus, longè acutiores apposuere industrias; attamen non modicũ experti, quouis conatu, quædam educere minimè licuisse, sibi illico suaserant, citra reatum alienis à proprio potuerint commendari generibus; exindè quibus locum Geometria denegat, non pauca è Mechanicis inuecta fuere molimina, & valdè mirum fuerat, inter eorum Authores magnus ille accenseri Pergæus, quum è doctrina ab eo inclinationum proposita, vnico problemate cuncta inquisita potuerint accuratè perfici, ac exhiberi; Indicium planè perspicuum haud eorum perspectam habuerit omnium solutionem, quæ aliquando contemplanti mihi in animum induxerant eximij illi veteres, ex ritè paruem collecto enthymemate, se & alios illusisse; immò & vlterius se insinuabat cogitatio, quod scilicet in ipsa re, dioperam oblique ad scopum collimauerint: ex legibus namque Dialecticorum habetur haud rectè consequi, nemp[illegible]ulò inquisita res inuenta non fuerit, idcir-

idcirco suo non comprehendi, ac inesse genere: nusquàm planè reperitur eius amplitudinis recessus, ac cuncta perlustrasse diuerticula, quæ adhuc animum adiecerant; vt agelli tàm destituti lubens culturam susceperim exercendam, quare post glebarum euersa reiectaue plurima, qui factum (sincerè ignorare me fateor) fortasse benignitate genij dixerim verius oblatum, quam inuentum quæsitum, cuius Compositio admodum simplex, quam Geometria ipsa suppeditat, in altum me adduxerat stuporem, quo scilicet modo per tot sæcula præstantissimos potuerit latère Cultores, lusus quippè dicerem Naturæ fuisse, quæ soleat suum quandoque sublimioribus subducere influxum, & alijs porrò ingenijs gestiat explicare sinum.

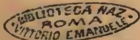
Opusculum igitur hoc, & quæpiam non minus inopinata affert, Tuoque P. E. Nomini nuncupandum mea erga Te deuotio, ac obseruantia postulabat, vt aliquo attestari documento, & paruum quippè si molem, at prole eius fœcundissima, adultum intuenti protinus apparebit, qualecumque illud sane fuerit, si ad animi, qua optime non ignoras oblatum. Inclinationem aspexeris, pro ea qua ditatus es benignitate, humanissimè à Te con p'ecti sum ratus.

Cæterum ad encomia stilum diuertere, præsens quippè inhibet Institutum, & quis quæso pro dignitate credat, vel compendio indicari quæ pro Amplissimis vndiquè Meritis singulares prosequutæ sunt historiæ? De Illustrissima familiæ Prosapia, de Heroibus, Dominio, Proauorumuè in rebus gerendis præstantia, de Purpuræ splendore pauca enunciari non decet, verum eiusmodi, vt extera quodammodo haberi queunt, quæ deindè personam comitantur, indiuidua

plane

planè illa sunt, & propria, Dotes, nimirum virtutes exercitio comparatæ, Studia, animi Moderatio in prosperis, Mentis Constantia in arduis, Temperantia, & in omnibus Magnificentia: hæc & alia quamplurima, quæ disertissimi postularent oratoris eloquium silentio preteream, mihi tamen fiat indultum proloqui, quod censeam verius, ab artis scilicet facundia, quæ protinus fluens, ac sæpius ex industria plurima adsectare didicit, minimè sunt exoptanda encomia, verum è proprio rerum gestarum tenore, qui se constantèr moderatur, sincerius colligendæ sunt laudes, eoque facilius imprimuntur, & ad æmulationem frequentiùs excitant: Ideò tam cumulatè, quæ in Te suspici optimè queunt, haud paucis in exemplum haberi merito decerent. V-

Illustriss. ac Excellentiss. D.T.



Deuotissimus
Antonius Sanctinius.

INGENVO LECTORI S.

NVlla quippè facultas, nulla ars fuit vnquam inter acquisitas, quę in sua primęua origine totam recepisset pulchitudinem, quin nouis deindè accessionibus, specie fieret illustrior: neque in re admodum scita afferenda sunt exempla, verùm in mathesi præstantissimi industria authores, tam accuratè culturam exercuere, vt quam maximè liceat ambigi, an in illo antiquorum (quod dixerant) sapientissimo, vel à duobus proximè sęculis extiterit fæcundiorem, in hoc tamèn conueniunt vniuersi, vnum geometriæ agellum ab omnibus fuisse renuntiatum, & ad excolendum neglectum, vt pro eòdem conqueri nullatenus facultas quiesceret, quò etenim vberiores, ignotum minimè erat, expectari messes, eò amplius magis hærerent, & suos labores subducerent, quare siuè indignata, siuè impatiens effecta tandem, vt hoc dedecus aliquando à se properet commendari vtcumque sibi consultum voluit: Idcircò quæ hoc opusculo prodeunt industriorem expectant manum, nobis quidem satis fuerit primùm indigitasse, haud facultati impossibilia, immò parabilia admodum, quæ ad illius Culmen optimè pertinere enunciarunt omnes, errata postea, quæ nostra erunt humanitati indiuidua, benignè indulgenda confidimus, & quæ ex vitio typis consueto habentur, emendari licebit, nec omnia prosequuti sumus minutiora Vale.

Cum à nostris Prædecessoribus facta fuerit R. P. D. Antonio Sanctinio nostræ Congregationis Professo facultas imprimendi quoddam eius de rebus Geometricis opusculum, quatenus ad Nos spectat, eandem confirmamus. Datum Papiæ in Collegio nostro Sancti Maioli IX. Kal. Aprilis. 1648.

D. Io: Baptista Spinola Vic. Gener. Congregationis Somaschæ.

Si placet Illustriss. & Reuerendiss. D. D. Papirio de Siluestris Episc. Maceratæ.

Imprimatur Fr. Vincentius de Gulijs Min. Conu. Sac. Theol. Magister, in Patria Vniuersitate Philosophiæ Professor.

Imprimatur.

Ludouicus Signorius Vicarius Generalis, & Auditor.

Ego Iosephus Talianus Maceratensis Collegiatæ S. Saluatoris eiusdem Ciuitatis Canonicus, & Mathematicarum scientiarum ôlim in hac Patria vniuersitate Professor, iubente Reuerendissimo P. F. Io: Vincentio Paulino Sacræ Theologię Magistro, ac Anconæ, & annexorum Generali Inquisitore Ordinis Prædicatorum, Opus inscriptum Geometriæ Appendix, & Inclinationum Parergon, authore Admodum R. P. D. Antonio Sanctinio Congregationis Somaschæ, atquę in almo Vrbis Gymnasio præstantissimo Mathematices Interprete. attentè perlegi, & quia nihil inueni, quod aut Catholicæ Fidei obsit, aut mores lędat, immo noua, & scitu dignissima reperi, ideo, vt in lucem prodeat, & Typis mandetur, perutilè censeo. In quorum fidem, &c. Datum Maceratæ Kal. Iulij. 1648.

Iosephus Talianus, qui supra manu propria.

Imprimatur.

Fr. Io: Baptista Talianus Vicarius S. Officij Maceratæ Ord. Prædicatorum.

INCLINATIONVM GEOMETRIÆ APPENDIX.

INclinationum doctrinam Apollonij Geometriæ cognomento magni, plurimis quippe sæculis apud doctissimũ Pappum cineribus vix respersis tumulatam, ipso collectionũ septimi Libri vestibulo; nostra tandem tempestate excitauit, ac præclarè Ghetaldus, dubbusuè libellis distributam euulgauit, at pro vnico, & quidem generali problemate in operis aggressu statim obuio, non paucos, & sanè rationabiliter admirari percepimus, cur doctus Auctor, & aliòquin admodum accuratus, de eodem nec vllum indicasset verbum, ac silentio tàm alto illud dissimulare studuerit. Vt igitur quid super hoc à nobis sentiatur clarius concipiatur, oportunum satis erit eiusdem Apollonii in medium verba afferri, quę sunt sequentia, ex eodem Pappo desumpta.

„ *Duabus lineis positione datis, inter ipsas ponere rectam*
„ *magnitudine datam, quæ ad datum pertineat punctum*

Nec in dubium verti potest, in qualibet facultate, ac in mathesi præcipuè, magni semper fieri propositiones

nes, ac pręcepta generalia, ex eo vel maximè, quod plurima videantur stipari familia, dum singularia priuatim absq; prole incedant; verum ne super celebrium virorum fragmenta, quidpiam inædificari videamur voluisse nobis, tenemur dubio minimè suspendere solutionem, & pro clarissimo Ghetaldo de mathesi optimè merito, ac mihi dum supererat valde per litteras familiari responsum interpretari, idcircò á nemine euidenti quidem ratione infici posse supponimus, quo tribunal præsidendi authoritas sibi non reperit, ad eam tamen spontè prouocantes, sæpius non modica irrogari præiudicia. Verum vbi perpetuò primas rationi deferantur, vt in mathesi omnes fateri debent, nihil iri delatum authoritati, nihilominus illam adhuc, & ab immemorabili intrusam Ghetaldus repererat, quod planè in hisce etiam candidati haud ignorant, quare plurimis cum prædecessoribus per quam clarissimis, obductum sibi ferè iter ad progressum habuerat, vnde inanem censuerat fore laborem, vltra quod effecissent sapientissimi, proprias in hisce exercere vires, præter propterquod apud eundem Pappum ex sententia maiorum facilè obseruasset ad XXXV propositionem quarti collectionum, indictum ferè omnibus.

» *Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito*
» *secare solidum est, sed datum angulum, vel circumferen-*
» *tiam in data ratione secare lineare est.*

Ad eiusmodi effectionem inter cęteras generale problema illud dirigitur, vt in progessu ostendetur, at decretum stilo tam dictatorio ab authore celeberrimo consi-

tum litteris, non custodire piaculum fuisse cē-
ximi, à quorum placitis diuertere supponimus
Ghetaldum, exindè ad eadem spectasse attribu-
ra cogitasse, at amplius pro eodem facere vide-
quod nobis arrideat magis est, illud idem gene-
oblema vidisset, ab ipsa inclinationum doctrina
ctum, à Maximo huius nostri seculi Geometra-
clarissimo Vieta, qui in postulatum in suo Geome.
supplemento comutauerat; igitur Ghetaldo ad-
dum licitum fuerat agenti de argumento eodem,
d illibatum pertransisse.

Verū ne quas optamus felices viri laudari manes, quispiam alius in vitium, haud facile expiandum, rteret, dum scilicet vnum á censura abiisse liberum olumus, & præstantissimum circumuenisse alterum, nde oppido tenemur eiusmodi á nobis excutere labes, mihi etenim semper in animū fuerat, Ingenium Vietę-um, maiore, quam credi posset, aut experiri liceat, passim fuisse adornatum lumine: Idcirco graui quodam sibimet noto consilio, problema illud reuocari voluerit ad vnicum principium, admodum simplex, vt scilicet interim à varia perplexaue operum mole, in effectionibus geometricis subducens, defectus supplerentur, & vt erat profūdę indaginis, quod facilè mihi suadeo, fortasse pręconceperat, quod tunc exhibuerat ex ordine mechanico, imposterum per legitimè concessa posse ad leges geometricas expurgando reuocari, vt sua demonstratione munitum secluso quocumq; scrupul, ab omnibus amplecti, namq; nec semel sumus experti, haud

valde liberalem se præbet naturę Genius, quod vni diuitias thesauri in totum promere assuescat quip. pro modico, quod auellere quispiam studeat, laboris plurimum cogatur impendere, & sæpius optata minimè assequi; in hanc igitur sententiam inclinare me fecerant obseruata Authoris non nulla verba, in aureo suo ad artem analyticem dictata libello, vbi inductum Postulatum, quasi opus Geometricum enunciauerat, vel quia valde simplex erat, vel quod modicum distaret ab accurato, vel quod aliquando purificari supposuisset, eius namq; sunt sequentia verba.

» 24 *Ad exegeticum in Geometricis selegit, ac recenset effectiones magis canonicas, quibus æquationes laterum, & quadratorum omninò explicantur.*

» 25 *Ad cubos, & quadratoquadrata postulat, vt quasi Geometria suppleat Geometriæ defectus.*

» *A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere interceptam, vt ab ijs præfinito possibili quocumque inter segmento. Hoc autem concesso (est autem αἴτημα δισμήχανον) famosiora hactenus, quæ ἄλογα dicta fuere problemata ἐντέχνως soluit mesographicum.*

In hisce Authoris verba duo manifesta habentur, alterum scilicet (quod nostro magis inseruit instituto) quod postulati verba eadem sunt, quæ problematis Apolloniani; alterum verò quod pro quocumque aliorum molimine subrogatum dixisset opus quasi Geometricum, nec planè me præterit, vt nouum, & inopinatum, omnibus ferè inuisum futurum, & modo à non nullis adeò improbari, vt ex numero impossibilium censen-

s, me malè consultum selegisse argumentum, metriam verè legitimam reuocare, quod ab is hactenus destitutum, ne dixerim desperaberetur, attamen cum veritati magis obsequi nur, quàm in authoritatem aliorum committe- sam nihil moueret me ab instituto, vt tandem latis laboribus omne arduum in facillimum ad- mus opus, omnino intra limites geometricos, quam etenim in reatum illud incidere statueram, d legimus apud Pappum in calce libri collectio- n quarti hisce verbis.

Videtur quodammodo peccatum non paruum esse apud Geometras, quum problema planum, per conica, vel linearia ab aliquo inuenitur, & vt summatim dicam cum, ex improprio soluitur genere. Hæc ille.

Et quidem si ostenderimus, sectionem anguli plani ad peculiare suum spectasse genus, & non tantum tripartitò, sed inqualibet analogia geometricè secari viderint alij, an vniuersos inciderint in illud graue delictum, qui ad suum non genus remiserant authores, speramus deinceps ignotam hactenus veritatem in complexum haberi, & expurgari quam plurima. Sit igitur.

PROBLEMA PRIMVM.

Duabus datis rectis lineis angulum quemcumque efficientibus, datoque extra puncto, & adhuc alia præfinita linea, hanc inter illas positione datas aptare, vt ad datum pertineat punctum.

Illud

idcirco suo non comprehendi, ac ineße genere: nusquàm planè reperitur eius amplitudinis recessus, ac cuncta perlustrasse diuerticula, quæ adhuc animum adiecerant; vt agelli tàm destituti lubens culturam susceperim exercendam, quare post glebarum euersa reiecta que plurima, qui factum (sincerè ignorare me fateor) fortasse benignitate genij dixerim verius oblatum, quam inuentum quæsitum, cuius Compositio admodum simplex, quam Geometria ipsa suppeditat, in altum me adduxerat stuporem, quo scilicet modo per tot sæcula præstantissimos potuerit latère Cultores, lusus quippè dicerem Naturæ fuiße, quæ soleat suum quandoque sublimioribus subducere influxum, & alijs porrò ingenijs gestiat explicare sinum.

Opusculum igitur hoc, & quæpiam non minus inopinata affert, Tuoque P. E. Nomini nuncupandum mea erga Te deuotio, ac obseruantia postulabat, vt aliquo attestari documento, & paruum quippè si molem, at prole eius fæcundissima, adultum intuenti protinus apparebit, qualecumque illud sane fuerit, si ad animi, qua optime non ignoras oblatum. Inclinationem aspexeris, pro ea qua ditatus es benignitate, humanissimè à Te conspecti sum ratus.

Cæterum ad encomia stilum diuertere, præsens quippè inhibet Institutum, & quis quæso pro dignitate credat, vel compendio indicari quæ pro Amplissimis vndiquè Meritis singulares prosequutæ sunt historiæ? De Illustrissima familiæ Prosapia, de Heroibus, Dominio, Proauorumuè in rebus gerendis præstantia, de Purpuræ splendore pauca enunciari non decet, verum eiusmodi, vt extera quodammodo haberi queunt, quæ deindè personam comitantur, indiuidua

plane

planè illa sunt, & propria, Dotes, nimirum virtutes exercitio comparatæ, Studia, animi Moderatio in prosperis, Mentis Constantia in arduis, Temperantia, & in omnibus Magnificentia: hæc & alia quamplurima, quæ disertissimi postularent oratoris eloquium silentio preteream, mihi tamen fiat indultum proloqui, quod censeam verius, ab artis scilicet facundia, quæ protinus fluens, ac sæpius ex industria plurima adfectare didicit, minimè sunt exoptanda encomia; verum è proprio rerum gestarum tenore, qui se constantèr moderatur, sincerius colligendæ sunt laudes, eoque facilius imprimuntur, & ad æmulationem frequentiùs excitant: Ideò tam cumulatè, quæ in Te suspici optimè queunt, haud paucis in exemplum haberi merito decerent. V.

Illustriss. ac Excellentiss. D. T.

Deuotissimus
Antonius Sanctinius.

INGENVO LECTORI S.

NVlla quippè facultas, nulla ars fuit vnquàm inter acquisitas, quę in sua primęua origine totam recepisset pulchitudinem, quin nouis deindè accessionibus, specie fieret illustrior: neque in re admodum scita afferenda sunt exempla, verùm in mathesi præstantissimi industria authores, tam accuratè culturam exercuere, vt quam maximè liceat ambigi, an in illo antiquorum (quod dixerant) sapientissimo, vel à duobus proximè sęculis extiterit fæcundiorem, in hoc tamèn conueniunt vniuersi, vnum geometriæ agellum ab omnibus fuisse renuntiatum, & ad excolendum neglectum, vt pro eòdem conqueri nullatenus facultas quiesceret, quò etenim vberiores, ignotum minimè erat, expectari messes, eò amplius magis hærerent, & suos labores subducerent, quare siuè indignata, siuè impatiens effecta tandem, vt hoc dedecus aliquando à se properet commendari vtcumque sibi consultum voluit: Idcircò quæ hoc opusculo prodeunt industriorem expectant manum, nobis quidem satis fuerit primùm indigitasse, haud facultati impossibilia, immò parabilia admodum, quæ ad illius Culmen optimè pertinere enunciarunt omnes, errata postea, quæ nostra erunt humanitati indiuidua, benignè indulgenda confidimus, & quæ ex vitio typis consueto habentur, emendari licebit, nec omnia prosequuti sumus minutiora Vale.

Cum à nostris Prædecessoribus facta fuerit R. P. D. Antonio Sanctinio nostræ Congregationis Professo facultas imprimendi quoddam eius de rebus Geometricis opusculum, quatenus ad Nos spectat, eandem confirmamus. Datum Papiæ in Collegio nostro Sancti Maioli IX. Kal. Aprilis. 1648.

D. Io: Baptista Spinola Vic. Gener. Congregationis Somaschæ.

Si placet Illustriss. & Reuerendiss. D. D. Papirio de Siluestris Episc. Macerat. Imprimatur. Fr. Vincentius de Gulijs Min. Conu. Sac. Theol. Magister, in Patria Vniuersitate Philosophiæ Professor.

Imprimatur.

Ludouicus Signorius Vicarius Generalis, & Auditor.

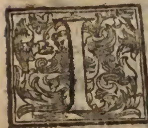
Ego Iosephus Talianus Maceratensis Collegiatæ S. Saluatoris eiusdem Ciuitatis Canonicus, & Mathematicarum scientiarum ôlim in hac Patria vniuersitate Professor, iubente Reuerendissimo P. F. Io: Vincentio Paulino Sacræ Theologię Magistro, ac Anconæ, & annexorum Generali Inquisitore Ordinis Prædicatorum, Opus inscriptum Geometriæ Appendix, & Inclinationum Patergon, authore Admodum R. P. D. Antonio Sanctinio Congregationis Somaschæ, atque in almo Vrbis Gymnasio præstantissimo Mathematices Interprete, attentè perlegi. & quia nihil inueni, quod aut Catholicæ Fidei obsit, aut mores lædat, immo noua, & scitu dignissima reperi, ideo, vt in lucem prodeat, & Typis mandetur, perutilè censeo. In quorum fidem, &c. Datum Maceratæ Kal. Iulij. 1648.

Iosephus Talianus, qui supra manu propria.

Imprimatur.

Fr. Io: Baptista Talianus Vicarius S. Officij Maceratæ Ord. Prædicatorum.

INCLINATIONVM GEOMETRIÆ APPENDIX.


Nclinationum doctrinam Apollonij Geometriæ cognomento magni, plurimis quippe sæculis apud doctissimũ Pappum cineribus vix respersis tumulatam, ipso collectionũ septimi Libri vestibulo; nostra tandem tempestate excitauit, ac præclarè Ghetaldus, dubbusiè libellis distributam euulgauit, at pro vnico, & quidem generali problemate in operis aggressu statim obuio, non paucos, & sanè rationabiliter admirari percepimus, cur doctus auctor, & alioquin admodum accuratus, de eodem nec vllum indicasset verbum, ac silentio tàm alto illud dissimulare studuerit. Vt igitur quid super hoc à nobis sentiatur clarius concipiatur, oportunum satis erit eiusdem Apollonii in medium verba afferri, que sunt sequentia, ex eodem Pappo desumpta.

„ *Duabus lineis positione datis, inter ipsas ponere rectam* „ *magnitudinè datam, qua ad datum pertineat punctum*

Nec in dubium verti potest, in qualibet facultate, ac in mathesi præcipuè, magni semper fieri propositiones

nes, ac pręcepta generalia, ex eo vel maximè, quod plurima videantur ſtipari familia, dum ſingularia priuatim abſq; prole incedant; verum ne ſuper celebrium virorum fragmenta, quidpiam inædificari videamur voluiſſe nobis, tenemur dubio minimè ſuſpendere ſolutionem, & pro clariſſimo Ghetaldo de matheſi optimè merito, ac mihi dum ſupererat valde per litteras familiari reſponſum interpretari, idcircò á nemine euidenti quidem ratione inſici poſſe ſupponimus, quò tribunal præſidendi authoritas ſibi non reperit, ad eam tamen ſpontè prouocantes, ſæpius non modica irrogari præiudicia. Verum vbi perpetuò primas rationi deferantur, vt in matheſi omnes fateri debent, nihil iri delatum authoritati, nihilominus illam adhuc, & ab immemorabili intruſam Ghetaldus repererat, quod planè in hiſce etiam candidati haud ignorant, quare plurimis cum prædeceſſoribus perquam clariſſimis, obductum ſibi ferè iter ad progreſſum habuerat, vnde inanem cenſuerat fore laborem, vltra quod effeciſſent ſapientiſſimi, proprias in hiſce exercere vires, præter propterquod apud eundem Pappum ex ſententia maiorum facilè obſeruaſſet ad XXXV propoſitionem quarti collectionum, indictum ferè omnibus.

„ *Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito*
„ *ſecare ſolidum eſt, ſed datum angulum, vel circumferen-*
„ *tiam in data ratione ſecare lineare eſt.*

Ad eiuſmodi effectionem inter cęteras generale problema illud dirigitur, vt in progeſſu oſtendetur, at decretum ſtilo tam dictatorio ab authore celeberrimo conſi-

consignatum litteris, non custodire piaculum fuisse cē-
fuere plurimi, à quorum placitis diuertere supponimus
noluisse Ghetaldum, exindè ad eadem spectasse attribu-
ta genera cogitasse, at amplius pro eodem facere vide-
tur, & quod nobis arrideat magis est, illud idem gene-
rale problema vidisset, ab ipsa inclinationum doctrina
expunctum, à Maximo huius nostri seculi Geometra-
rum clarissimo Vieta, qui in postulatum in suo Geome-
triæ supplemento comutauerat; igitur Ghetaldo ad-
modum licitum fuerat agenti de argumento eodem,
illud illibatum pertransisse.

Verú ne quas optamus felices viri laudari manes,
vel quispiam alius in vitium, haud facile expiandum,
verteret, dum scilicet vnum á censura abiisse liberum
volumus, & præstantissimum circumuenisse alterum,
vnde oppido tenemur eiusmodi á nobis excutere labes,
mihi etenim semper in animũ fuerat, Ingenium Vietę-
um, maiore, quam credi posset, aut experiri liceat, pas-
sim fuisse adornatum lumine: Idcirco graui quodam
sibimet noto consilio, problema illud reuocari voluerit
ad vnicum principium, admodum simplex, vt scilicet
interim à varia perplexaue operum mole, in effectio-
nibus geometricis subducens, defectus supplerentur, &
vt erat profúdę indaginis, quod facilè mihi suadeo, for-
tasse pręconceperat, quod tunc exhibuerat ex ordine
mechanico, imposterum per legitimè concessa posse ad
leges geometricas expurgando reuocari, vt sua demon-
stratione munitum secluso quocumq; scrupul, ab om-
nibus amplecti, namq; nec semel sumus experti, haud

valde liberalem se præbet naturę Genius, quod vni diuitias thesauri in totum promere assuescat quin pro modico, quod auellere quispiam studeat, laboris plurimum cogatur impendere, & sæpius optata minimè assequi; in hanc igitur sententiam inclinare me fecerant obseruata Authoris non nulla verba, in aureo suo ad artem analyticem dictata libello, vbi inductum Postulatum, quasi opus Geometricum enunciauerat, vel quia valde simplex erat, vel quod modicum distasset ab accurato, vel quod aliquando purificari supposuisset, eius namq; sunt sequentia verba.

» 24 *Ad exegeticum in Geometricis selegit, ac recenset effectiones magis canonicas, quibus æquationes laterum, & quadratorum omninò explicantur.*

» 25 *Ad cubos, & quadratoquadrata postulat, vt quasi Geometria suppleat Geometriæ defectus.*

» *A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere interceptam, vt ab ijs præfinito possibili quocumque inter segmento. Hoc autem concesso (est autem ἄιτημα διορισμὸν ἔχον) famosiora hactenus, quæ ἄλογα dicta fuere problemata ἀνεπίχειρα soluit mesographicum.*

In hisce Authoris verba duo manifesta habentur, alterum scilicet (quod nostro magis inseruit instituto) quod postulati verba eadem sunt, quæ problematis Apolloniani; alterum verò quod pro quocumque aliorum molimine subrogatum dixisset opus quasi Geometricum, nec planè me præterit, vt nouum, & inopinatum, omnibus ferè inuisum futurum, & modo à non nullis adeò improbari, vt ex numero impossibilium censen-

censentes, me malè consultum selegisse argumentum, ad Geometriam verè legitimam reuocare, quod ab omnibus hactenus destitutum, ne dixerim desperatum haberetur, attamen cum veritati magis obsequi teneamur, quàm in authoritatem aliorum committere causam nihil moueret me ab instituto, vt tandem exantlatis laboribus omne arduum in facillimum adduximus opus, omnino intra limites geometricos, numquam etenim in reatum illud incidere statueram, quod legimus apud Pappum in calce libri collectionum quarti hisce verbis.

„ *Videtur quodammodo peccatum non paruum esse apud*
„ *Geometras, quum problema planum, per conica, vel*
„ *linearia ab aliquo inuenitur, & vt summatim dicam cum*
„ *ex improprio soluitur genere. Hæc ille.*

Et quidem si ostenderimus, sectionem anguli plani ad peculiare suum spectasse genus, & non tantum tripartitò, sed in qualibet analogia geometricè secari viderint alij, an vniuersos inciderint in illud graue delictum, qui ad suum non genus remiserant authores, speramus deinceps ignotam hactenus veritatem in complexum haberi, & expurgari quam plurima. Sit igitur.

PROBLEMA PRIMVM.

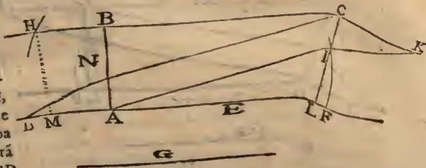
Duabus datis rectis lineis angulum quemcumque efficientibus, datoque extra punctũ, & adhuc alia præfinita linea, hanc inter illas positione datas aptare, vt ad datum pertineat punctum.

Illud

Illud ſcilicet, hoc eſt problema tam arduum, vt ab eo inquirendo uniuerſi arcerentur; fortaſſe cogitantes confuſum occultari intrà impoſſibilium chaos, ut ſpes, uel ſemita eruendi eluceſceret ulla, immò dubium admodum probabile eſt, an authori Pergæo effectio conſtitiſſet ipſa, nam inter artifices enumeratur, qui mechanica inuexerant in ſuffragium, Euthocio, & alijs atteſtantibus, quod autem in mentem uenerat, & inquirendi labores cum alijs minime repererimus, ardor planè perfectionis, tam pulchræ facultatis in cauſa fuerat, & quia ſufficiens nullum impedimentum ad aſſequendum ſe obtulerat, nec me fugit opus fuiſſe præcoces ſuſtinere cenſores, quos non moror dūmodo, nęuus huiuſmodi è geometria eluatur, nec perpetuò Mechanicorum indigeat, ut ſuas pulcherrimas, utcumque depromat effectiones, quæ omnia per nos ad ſuos remitti opifices uolumus, ſed ad rem.

Duæ lineę datæ poſſunt ad ſummū inclinationem uariare trifariam, ob ſpecies angulorum, primum igitur rectæ ſe se committant ad rectum *AB*, *BC*, & punctum extra ſit *D*, lineaue inferenda ex præſcripto G. Agatur ex *D* ęquidiſtás *DF* ipſi *BC*, in qua ponatur *AF* ęqualis externę *G*, & ſecetur bifariam puncto *E*, ubi facto centro, ac interuallo *ED*, ſit peripheria circuli, uel occulta ſi placet, & ſignabitur punctum *H*, à quo ad *HF* diſtantiam ponatur in *DL* æqualis, & portio *AL* referatur in *BC*. Dico puncto *C* abſolui quæſitum, nimirum ducta *DC* pars eius *NC* relicta iter innclinatas *AB*, *BC* æqualis fieri AF, ſiuè G. (cum autem ex diſtan-

distantia *ED* non attingeretur *BC* æquidistans *DA*, infra erit suum symptoma) ad demonstradum duo media assumimus, alterum quasi ab effectu, & deinde primum, alterũ porro à causa, vt à nemine effectio hæc pulcherrima infici possit. Ponatur i directũ *BC* linea *CK* æqualis *DA*, iunctaque *Ak*, erit parallelográmum *AD Ck*, demissa *CL* æquidistans *AB*, se secabit cum *Ak* in puncto *I*, postea centro in *A*, & distantia *AF* peripheriam transire accuratè per I sumus ostensuri. Triangula namq; *ADN*, *CIK* similia, & æqualia euadunt, ex æqualitate angulorum, quia *AND* æquatur *NAI*, hoc est *AIL* alterni, & ad vertices *CIK*, & in parallelográmo, qui ad *D*, K opponuntur æquales fiunt, reliqui *DAN*, K*CI* (hìc sunt recti) at ad explecioné duorum rectorum fiunt pares, & *DA*, *CK* facta sunt æqualia, ergo & reliqua latera, homologè sumpta æqualia sunt, quare duo *DN*, IK si auferri intelligantur, reliqua *NC*, *AI* paria erunt: quum verò ostenderimus *AF* æqualem ipsi *AI* factum erit quod oportuit. A puncto igi-



ĉto igitur *A* dato, ad lineam *CL* poſitione datam, ſi agatur linea, quæ angulum faciat datum, erit linea poſitione. Sit itaque angulus conſtruendus à linea exeunte à dato puncto *A*, æqualis angulo L*CD*, & linea erit *AI*, quę faciens angulũ *A*IL æqualẽ interno, erit æquidiſtãs *DC*, immo erit eadem linea *AIK*, quæ ſecabitur cum *A*K in I eodem, ſed aduerſarius dicat cadere AI alibi quam in puncto illo ſectionis I, ex proximo lemmate concludetur abſurdum, quo circa angulus LAI non poterit augeri vel minui á magnitudine LAI, limitata per AI poſitione in angulo dato AIL, ergo arcus neceſſario erit per idem I punĉtũ, & ſemidiametri ſient AF, AI; verum AI erat æqualis NC, ergo AF æquabitur NC, & pertinens ad D punctum, factum erit quod oportuit.

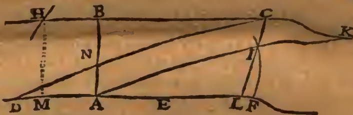
LEMMA.

EVclides ad xxx. Datorum ſic arguit, ſi AB linea poſitione non dicatur, ſeruans quantitatem anguli

G dati: excidat, & si fieri potest alibi cadat, sit *AE*, ergo duo anguli *AED*, *ABE*, internus externo in triangulo *ABE* æquales erunt, cõtra 16 primi, quod esse nequit, & absurdum hoc vbicumque extra situm *AB* probabitur; est ergo *AB* positione, & constat intentum.



At huius problematis vtique meretur præstantia, vt alio & magis á causa comprobetur medio, facta ideir cò vt supra cõstructione, donec acquiratur C punctum, demittatur *CL* super *AF* perpendicularis, secabitur *AF*



in *L* (minor est enim *BC* ipsa *AF*) Ideò per 7 libri 2 duo quadrata *AF*, *FL*, totius nempè, & alterius partis æquantur duplo, quod fit sub *AF*, in *FL* rectangulo, vna cum quadrato *AL* reliquæ partis, si ab vtraque æqua-

litatis parte auferatur FLQ erunt æqualia

$$AFQ, \& ALQ -- FLQ + AFL2$$

resoluto deinde AF quadrato per 4 secũdi, æqualia erũt

$$ALQ + FLQ + ALF2, \& ALQ -- FLQ + AFL2$$

rursus ablata sub eadem specie æqualia, erunt

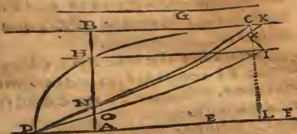
$$AFL2 -- FLQ \text{ æqualia } ALF2 + FLQ$$

& vlterius resoluẽdo per 3 secundi, erũt $AFL2 - FLQ$, $ALF2 + FLQ$ paria scilicet sub ijsdem notis $ALF2 + FLQ$, harum partium altera ad speciem transeat quadrati, & sit potens linea LI, vtrinque accedat prius sublatum ALQ, si hoc componetur ad rectos angulos cum LIQ, vtique conflabitur AI quadratum, & simul $ALQ + LFQ + ALF2$ erit AFQ prius resolutum, ergo æqualia esse AI, AF quadrata, & latera, vel saltem hisce initiatus negabit nemo, vndè manifestò sequitur vndequaque roborata conclusio.

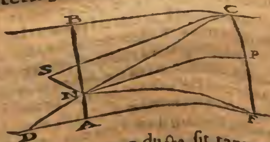
In schemate cadit HM linea, ne ociosa relinquatur, si quis curiosè postularet, vnica circini expansione dari C punctum, ex altero potirione D dato, colligantur in vnum hæc simul spatia $EDQ + AEQ + MAF$, & hæc nihil aliud sunt quam $ADQ + ALQ$ (si duceretur AC linea) & $DAL2$ rectangulũ, scilicet resolutę partes in triangulo ambligonio DAC ex 12 secũdi, & habetur HLQ nempe DLQ, cui additum HM quadratũ, seu CL, omnia illa poterit DC linea, & dabitur eadem expansione vnica C punctũ.

At quia symptomata complectitur problema, & ratio illud construendi cuncta haud protulit, oportet illa per distinctos exhibere casus, vt generalis proponatur

tur doctrina, & siquidem ex diuersa distantia parallelarum DA, BC, & magnitudine G externę contingere potest frequenter, quod à semidiametro $E D$ non attingatur BC, vel quod vltra AB inter BC secetur, in horum vtroque casu constructio sic ordinanda erit.



Ad idem interuallũ ED, vt cõtingit pars circuli scribatur DH, secabitur AB in H, per id punctũ agatur HI ipsis DF, BC ęquidistans, deinde inter AH, HI in angulo recto, ex D educatur DOI, ita vt intercepta OI æquetur datæ externę G: referatur postea HI in BK, et acta DK super eam ad angulos rectos cadat IX, & inter DK, DX media in ratione geometrica sit DC. Dico C puncto absolui quæsitum, scilicet interceptam NC ęqualis fieri datę externę G, seu OI, & ducta si placet CL vnã, vel alterã ex pręmissis methodum facilè repetendo ostendetur, & iteratò eadem premere vestigia ociosum, ac morosum censemus. Si verò alia compẽdiosiore vtamur idem concludetur, in proximo schemate ducta sit tantum DC seruatis distantijs in reliquo, agantur NF, CF, super hanc perpendicularis in fiat NP, erunt duo quadrata NP,



NP, PC ęqualia NCQ, sicuti NP, PF æqualia NFQ seu duobus AF, AN quadratis; excessus itaque duorum quadratorum AF, AN supra quadratis NP, PC ponatur ad rectos angulos super NC, erunt NC, & NS (excessus ille) ęqualia quadratis FA, AN, nempè NF quadrato, ęquabitur quadrato CL, quare & NS ipsi AN, vndè AF ipsi NC.

Secundus deinceps casus erit quum lineæ AB, BC fuerint ad angulum recto maiorem inclinatę, reliqua ponantur, vt supra: vt construatur problema, erigatur AH ad angulos pares, & inter AH, HC ex D puncto intercipiatur LV ęqualis externę, siue AF, secabitur inclinata AB puncto O, á quo si duceretur parallela ipsi LH (in schemate non adest) accipienda erit media proportionalis inter illam ex O ducenda, & LH ęquidistantibus, & hęc ex N puncto similiter perpendicularis facta super HV, erit NI deindè differentia quadratorum HL, NI, aucto quadrato HV, fiet quadratum ex IC. Dico punctum C esse quod quæritur, duo namque quadrata HL, HV æqualia fuerant quadrato LV, & excessus HL quadrati supra quadratum NI additus quadrato HV, vt constituatur IC quadratum, ergo duo quadrata NI, IC sunt æqualia duobus LH, HV, quare & LV æquabitur quadrato

drato NC, & linea pertinet ad D punctum datum, quocirca constat intentum.

Tertius denique casus erit quum datæ AB, BC lineæ conficiunt angulum recto minorem, manentibus vt supra reliquis: vt problema construatur, agatur AH perpendicularis inter parallelas, & à puncto D inclinetur per primam formam sub angulo AHV recto, linea DV relinquēs sui partem LV interceptam, vt in alijs supra, secabitur inclinata AB in puncto O, à quo si caderet æquidistans ipsi HL, inter illam, & HL esset inuenienda media NI proportionalis pariter incidens ad angulos rectos. quantum itaque differunt quadratum NI, & quadratum ex linea ducenda ex O, tantum imminuatur de quadrato HV, vt residuum sit IC quadratum, ergo duo quadrata NI, IC hoc est quadratum NC æquabitur quadrato LV, idest duobus LH, HV, sed CN pertinet ad punctum D datum, ergo in omnibus casibus problema absolutū perspicuè apparet.

ADNOTATIO PRIMA.

ET si in primo casu contingeret, quo nempè AB, BC se se committunt ad rectum angulum, quod distantia parallelarum AB, BC adæquaret distantiã DA puncti

puncti scilicet *D* à perpendiculari *AB*, vtique eo casu esset inclinanda *DC* quasi ab angulo quadrati in oppositum latus, & problema hoc habetur ex antiquis apud Pappum propositione 72 libri 7 collectionum Heraclito adscriptum; si verò manente vt supra æqualitate distantiarum AB, BC continerent angulum vagum, tunc ex D ducenda foret quasi ab angulo rhombi, & hoc quidem problema Ghetaldus construxerat propositione 3 primi libelli de inclinationibus agens, verum quęsito generali generalis opponenda erat doctrina.

ADNOTATIO SECVNDA.

Itaque omni ex parte problema absolutum, per propria sui generis, planorum, implicat quidem, industria quacumque ab eo amoueri posse; diuersum planè est, si altera analyseos methodo, indicent peritiores, aliquatenus sectionum conicarum concursu præfiniri altera mediarum inter extremas; effectio igitur ea, et cuncta quæ aliorum constructa habentur molimina in suo consistant ordine, nihil geometriæ puriori officit; torqueant se se vel minimum inhiberi queunt, ne dum naturalis effectionis efficacia eneruari, quin suas liberè exerat vires.

ADNOTATIO TERTIA.

IN proximo secundo problemate, inter cętera ordinauimus methodo alia interponere pręfinitam inter

ter inclinatas ad angulum recto minorem, in quo præclarè laborasset Vieta, nisi opus inniteretur suo pricipio, nos verò exhibituri geometricè constructionem, ne aliundè inquirenda sint, quæ huc pertinent, pauca hęc ab eiusdem authoris supplemento desumpsimus geometrico, lubet hic afferre.

PROPOSITIO TERTIA EX SVPPLEMENTO.

Si duæ rectæ lineę à puncto extra circulum eductæ ipsum secent, pars autem exterior primę sit proportionalis inter partem exteriorem secundę, & partem interiorem eiusdem, erit quoque pars exterior secundę proportionalis inter partē exteriorem primæ, & partem interiorem eiusdem.

SVb A centro descriptum circulum eductæ ipsū secent à pūcto eodē B duę lineę, vna quidē in pūctis *E*, *F*, altera vero in *C*, *D*, vnde partes exteriores secant-ū sint *BC*, *BE*, interiores autem *DC*, *FE*, sitq; BE inter *BC*, *DC* media proportionalis. Dico et



BC

BC mediam fore proportionalem inter *FE*,*BF*,quoniam enim ab eodem puncto extra *B* circulum secant duę *BCD*, *BEF*, Ideo est vt *BE* ad *BC*, ita *BD* ad *BF*, ex hypothesi autem est *CD* ad *BE*, vt *BE* ad *BC*, quare *CD* est ad *BE*, sicut *BD* ad *BF*, & per subductionem est *CD* ad *BE*, vt *BC* ad *EF*, & consequentèr vt *CD* ad *BE*, ita *BE* ad *BC*, itaque *BC* proportionalis est media inter *BE*, & *BF*, quod erat ostendendum.

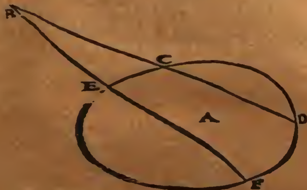
EIVSDEM AVTHORIS PROPOSITIO QVARTA *SVPPLEMENTI.*

Si duæ rectæ lineæ à puncto extra circulum ductę ipsum secent, quod autem fit sub partibus exterioribus eductarum æquale sit ei, quod fit sub interioribus; exteriores partes permutatim sumptę continuè sunt proportionales inter partes interiores.

SVb A centro circulum descriptum secent duę lineę rectę ab eodem B puncto eductæ, vna quidem in punctis C, D, altera verò in punctis E, F, vndè partes exteriores secantium sint BC, BE; interiores CD, EF, et quod fit sub BC, BE exterioribus, sit ei æquale rectangulo, quod fit sub DC, EF interioribus. Dico inter DC, et FE esse proportionales continue BC, BE, eas assumendo permutatim, vt videlicet partem interiorem primæ secantis sequatur exterior pars secantis secundæ, vel interiorem secundæ pars exterior primæ, nempè esse, vt DC ad BE, ita BE ad BC, & ita BC ad EF

quo-

quoniam enim id quod fit sub *CD*, *EF* æquale est ei, quod fit sub *BC*, BE, Ideò est vt CD ad BE, ita *BC* ad EF, & per synæresim, vt CD ad BE, ita BD ad BF; sed ex ratione cōstructionis est BE ad BC, sicut BD ad BF, ergo est vt CD ad BE, ita BE ad BD, & consequentur BC ad EF quod erat demonstrandum.



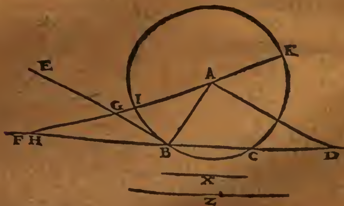
PROPOSITIO QVINTA

EIVSDEM SVPPLEMENTI.

Datis duabus lineis rectis, inuenire inter easdem duas proportionales medias continuè

SInt datę Z maior, X minor; centro A, spatio autem per semissem Z circulus scribatur, in quo linea aptetur BC æqualis minori X, & protrahatur in D, facta nempe BD dupla ipsius BC: iungatur DA, cui æquidistans fiat ex puncto *B* indefinitè linea *BE*, deindè à puncto *A* inclinetur linea *AH* ea ratione, vt pars eius com-

comprehensa datis *BF* , *BE* æqualis fiat expositę *AB*, quę protracta ex vtraque parte secabitur circulus punctis *I*, K: producatur etiam *DB* indefinitè in *F* , & ab *A* puncto ducatur ad duas *BE* , *BF* recta *KAIGH* , secans ipsas *BE*,*BF* in punctis *G*,*H* , itaut *GH* linea sit æqualis ipsi *AB*, circulum verò in punctis *I* , K , quorum proxi-



mius ipsi *H* sit *I*. Dico continuè proportionales esse *IK*, *BH*, *HI*, *BC*. Quoniam enim constructæ sunt parallelæ *HG* ad *IK*, sicut *BC*, ad *BD*, simplum videlicet ad duplũ, datur *GH*, auferatur autẽ *AI*. Quoniam igitur *GH*, *AI*, sunt æquales, erunt quoque *HI*, *GA* ęquales; ergo est vt *IK* ad *HB*, ita *HI* ad *BC*. Ab *H* igitur pũcto extra circulũ sumpto eductę sunt duę rectę ipsum secantes, & quod sit sub exterioribus earundem partibus, videlicet HB, HI ęquale

ęquale eſt ei quod fit ſub interioribus, videlicet *IK*, *BC*. Quare partes exteriores ſunt permutatim ſum pęs conti-nuè proportionales, nempè *IK*, *BH*, *HI*, *BC*. Datis igitur duabus lineis rectis Z, *X* id eſt IK, *BC* inuētę ſunt medię continuè proportionales *HB*, *HI*, quod erat faciendum.

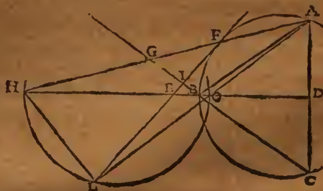
PROBLEMA SECVNDVM.

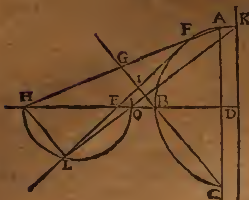
Inter duas lineas ad angulum recto minorem inclinatas prę-finitam ponere, quę ad datum pertineat punctum.

SInt BG, BH rectę ad angulum HBG inclinatę recto minorem, linea prę finita AB, cui ęqualis inter illas oporteat inſerere, vt ad A punctum pertineat datum: producantur BG, BH indefinitè, & ſuper hanc cadat AC perpendicularis, fiet ABC triangulum iſoſcele, cui circū eat portio circuli, & in primo caſu pro angulo recto erit ſemicirculus, in ſecundo eo maior in angulo acuto, & in tertio pro obtuſo minor; quare *B* punctum in medio portionum, & triāgula *ABC* iſoſcelia. Deinde ponatur *DE* ipſi *AB* æqualis, & ex puncto *E* ordinetur tangens *FE*, in qua

qua porrecta signetur IL(à puncto videlicet quo secatur *GB*) ęqualis *AB*, huc vsque pro omnibus est vna constructio; porrò in primo casu iunctæ *BL* ponatur ad rectos angulos *LH*, secabitur reliqua *BH* in puncto *H*, ad quod si iungatur *AH* eius intercepta *GH* pars dico æqualis fieri ipsi *AB*.

In angulo deindè acuto *ABC*, vt in secunda figura agatur *AL*, tunc secabitur *HB* in *O*, & super *L* puncto





eleuetur perpendicularis *LH*. erit idē punctum *H* efficiens quæsitum, vt *GH* pariter æquetur *AB*, seu *BC*.

Deniq; in angulo obtuso in tertia figura, agatur ex K diameter parallela

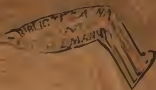
AC

AC, & iungatur kL, secabitur *HB* in *O*, & super *L* puncto erecta *LH*, erit *AH* illa eadem efficiens quæsitum, & harum effectionum vna simul erit demonstratio.

Repetatur schema primum cum lineis oportunis, & in *B* puncto quadrantis est *AB* inter *HB*, *GB* interponenda; construatur ad *A* angulus *DAG* æqualis *DGA*, latera in isosceele *DA*, *DG* æqualia euadunt, & si demittatur perpendicularis *DE* diuiditur basis in *E* bifariam, seu si angulus verticis bisecetur *ADG* perpendicularis fiet *DE*, quod ad 26 primi ostendit in commentarijs Clauius, si verò in producta *HA* ponatur *AF* æqualis



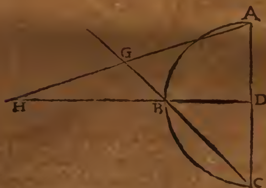
AB, & iungantur ad *D* lineæ *DH*, *DF*, & tota *FH* secetur bifariam, ostendetur esse in *E* puncto; quare in triangulis *DEF*, *DEH* duo latera *DE*, *EF* æqualia euadunt ipsis *DE*, *EH* cum angulo recto ad *H*, a quibus si auferantur æquales anguli *ADE*, *GDE* erunt reliqui *ADF*



ADF, *GDH* anguli æquales, sed erant æquales *DAF*, *DGH*, vt potè residui vterque ad duos rectos, sublatis iam æqualibus in Isoscele DAG illis deinceps, ergo æquiangula sunt triangula DAF, DGH, & ex 32 primi anguli DFA, DHG æquales, vndè & DF, DH latera esse paria oportet, sed præter angulos latus vnius trianguli ADF, nempè AD æquatur DG lateri alterius trianguli GDH, quare & similia, & æqualia erunt illa triangula, ideò homologa AF, HG latera erunt æqualia, sed fuerat AF posita ipsi AB æqualis, ergo & GH eidem æquabitur, quod erat imperatum fieri.

ADNOTATIO.

NEque hìc fæcunditas geometriæ cohibetur, quin ad alias extendi queat methodos, in proximo enim schemate vbi angulus ABC esset rectus, si DH fiat æqualis duobus BC, erit ducta AH reliquēs interceptam *GH* ęqualē *BC*.



In

In secunda verò figura, quò esset angulus *ABC* acutus,

posita K*E* æqualis *BC*, & *EH* æqualis *AE*, erit vt supra *HG*, æqualis *BC*. Demũ in tertia figura, in qua esset *ABC* obtusus angulus, ponatur K*E* æqualis *BC*, & ducta *DE* secabitur *CG* in *I*; ponatur *CI* in *BH*, habebitur iterum H efficiens *HG* æqualẽ *BC*, seu *AB*, quæ duci non oportuit in triangulis *ABC* æquicruribus, & hæc cadere sub demonstratione præmissa liquet omnimodè, & si aliter ordina-

nari

ri liceret, quod fortasse alibi dicetur, etenim pro secunda hac propositione superaddi non nulla coacti fuimus. Interim quum plusquam bis edocti methodum interponendi præfinitam inter inclinatas, lubeat vnum rectificare ex veteribus opus, & sit pro Conchoide Nicomedis à iunioribus vsurpatum frequentius, vt tandem cum omnium reliquis explodantur si probauerint oportunè sibi facultas prouideri cuncta. Sit itaque.

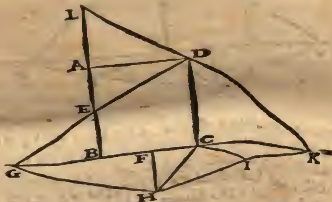
PROBLEMA TERTIVM.

Datis duabus rectis lineis, totidem medias inter eas collocare lineas in analogia continua.

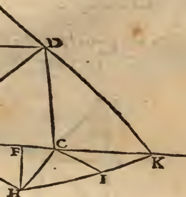
Sint igitur extremę datæ lineę *AB*, *BC* ad inueniendum medias expositæ in analogia continua. Inclinentur ad angulum rectum, & compleatur parallelogrammum *ABCD*, cuius duo latera *AB*, *BC* bisecentur punctis *EF*, & agatur *DE*, quę productę *BC* occurret in *G* puncto, deinde perpendicularis ex *F* excitetur indefinitè, & adplicetur *CH* ęqualis *AE* semissi nimirum *AB*, porrò iungatur *GH*, cui fiat *CI* ęquidistans similiter indefinitè (vsque adhuc antiquorum constructio optime intra fines geometricos se continuerat, at deinceps quum inter inclinatas KC, *IC* ad angulum recto minorem ex puncto extra dato *F* nequirent lineam pręfinitam interponere, & ad opus se conuerterant alienum) at ex deductis superius iam con-

constat id legitimè posse fieri ex Euclidea doctrina, igitur ex altera ex premissis methodo à puncto *H* ponatur *IK* ęqualis *AE*, siue *HC*. Dico inter *AB*, *BC* extremas inuẽtas esse totidem medias in analogia cõtinua, & erunt *CK* maiori proxima, & *LA* reliqua, hiscè planè restitutis ipso demonstrationis processu nihil immutabitur, attamen ad rei complementum subnectere operæ pretium erit.

Quoniam *BC* secta est ęqualiter in *F*, & eidem in directum adiecta est *CK*, rectangulum *BKC* vna cũ quadrato *FC*, æquale est quadrato *FK*, communi si apponatur *FH*, erit *BKC* rectangulum vna cum duobus quadratis *FC*, *FH*, hoc est quadrato vnico *HC*, æquale quadrato *HK*, siue duobus quadratis *FH*, *FK*: at quoniam vt *LA* ad *AB*, ita est *LD* ad *DK*, siue *BC* ad *Ck*, & est *AE* ipsius *AB* semissis, & *GC* est dupla *BC* (etenim ex similitudine triangulorum *DAE*, *GEB*, & laterum *BC*, & *AD*, seu *AE*, & *EB* æqualitatem habemus), ergo vt *LA* ad *AE*, ita *GC* ad *CK*, sed vt *GC* ad *Ck* ita *HI* ad *Ik*, ob



ſtantes *GH*, *CI*; ergo componendo erit, vt HK ad *IK* : æqualis autem *AE* ipſi, quia æqualis erat *HC*, igitur conſequens fiet HK, eorumque quadrata æqualia;



ſed quadrato *LE* æquale rectangulum eſt *BLA*, vna cum qnadrato *AE*, & quadrato *Hk* eſt æquale oſtenſum rectangulum *BKC*, vna cũ quadrato *HC*, quod fuerat æquale quadrato *AE* : igitur duo hæc quadrata *AE*, *HC*, æqualia ſublata;

ua duo rectangula *BLA*, *BKC* æqualia, & n proportionalia reciprocè, hoc eſt, ita *BL* *CK* ad L*A*: vt autem *BL* ad *BK*, ita *DC* ad d *AD*; ergo vt *DC* ad *CK*, ita CK ad LA, D, ſiue *AB* ad CK, ita CK ad LA, & LA BC. Sunt igitur in analogia continua AB, C, quod erat oſtendendum.

ADNO-

ADNOTATIO.

Ex defectu itaque inuentionis duarum inter extremas totidem mediarũ accuratè, cõquerebatur solertissimus olim Andersonus in Zetetico ad Ghetaldum responso, vt obinuenti potioris inopiam, cogerentur authores ad mechanicum prouocare, idcirco oportunitas hìc sese offert eadem Geometriæ restituendi, vt porrò nulla pro eiusmodi audiatur querela, sic igitur aiebat author.

Illas verò æquationes in quibus magnitudo omninò data æquatur homogeneæ prorsus ignotæ, siue puras, siue adfectas, vt & prius, ita & nunc (nisi concessis quibusdam, quæ Geometria hactenus negauit) ad mechanicem geometriam ἐπιστημονικῶς reducere, ingenue nescire me profiteor, quę autem postulentur, vt in eiusmodi æquationibus quæsitum sciatur, ex analytica hac nostra methodo sic clarum fiet.

Ponatur A cubus æqualis solido facto ex BQ in D. si inter B & D duæ inueniantur proportionales cõtinuè, secunda B esse ipsam A, de qua quæritur, nemo est, modo hanc artem, vel à limine salutarit, qui nesciat.

Sit autem A cubus + B in AQ = æqualis solido dato, quod si cubus non est, ad eam reuocetur speciem, sitque D cubus, statim apparet huius æquationis mechanicem pendere ab hoc problemate.

» *Ex serie quatuor proportionalium continuè data secun-*
» *da, & recta æquali differentiæ inter primam minorem, & quar-*

D =

& quartam inuenire proportionales.

Eritque harū prima ipsa A de qua quęritur, D secū[n]da illi proxima, & B differentia inter primam, et quartā.

At A cubus — B in A quadratum = æquetur D cubo, proponatur

Ex serie quatuor continuè proportionalium, data secunda, & differentia inter primam minorem, & quartam, inuenire proportionales.

Eritque A prima maior, B differentia inter quartam minorem, & primam maiorem, & D secunda.

Tertio B in AQ -- A cubo = æquetur D cubo, proponetur.

Ex serie quatuor conitnuè proportionalium data secunda & adgregato primæ, & quartæ inuenire proportionales.

Eritque harum prima A maior, minorue secunda D, adgregatum primæ, & quartæ B, quæ ipsorum solidorum structuram consideranti clara sunt.

Quarto, A cubus + BQ in A, æquetur D cubo.

Ex hac æquatione statim quidem offeruntur è quatuor continuè proportionalibus, secunda D, tum B media proportionalis inter primam, & differentiam primæ, & quartę, siue rectangulum ex prima in differentiam primæ, & quartæ, at ex facto parabolismo, coefficienti dato, nimirum ipsi B quadrato reliquis adplicatis solidis, id est si fiat.

Vt BQ ad DQ, ita D ad C, erit C æqualis ipsi A, & præterea altitudini ortæ ex adplicatiane ipsius A cubi ad B quadratum, si igitur data C ita diuidetur, vt cubus vnius segmenti æqualis fiat solido, quod fit sub altero,

altero, & dato B quadrato, erit latus cubi magnitudo quęsita, hoc autem est.

,, *Ex serie quatuor proportionalium data prima, & adgre-*
,, *gato secundæ, & quartæ, inuenire proportionales.*

Eritque harum B prima, C adgregatum secundę, & quartæ, A vero secunda.

Quinto si A cubus - BQ in A = ęqualis D cubo, & hic offertur secunda data D, cum B media proportionali inter primam, & differentiam primę, & quartę.

At verò si D cubus ipsi B quadrato adplicetur; hoc est si fiat, vt BQ ad DQ, ita D ad C, & eidem adplicari intelligatur, & A cubus, erit C ęqualis parabolę ortę ex adplicatione ipsius A cubi ad B quadratum, minus ipsa A longitudine, quare

,, *Ex serie quatuor proportionalium data prima minore, &*
,, *differentia secundæ & quartæ, inuenire proportionales.*

Eritque data B prima minor, C differentia secundæ & quartæ maioris, & A secunda quęsita.

Denique BQ in A, minus A cubo, ęquetur D cubo. hìc etiam statim offeruntur secunda D, cum B media proportionalis inter primam A, & adgregatum primę, & quartę. Adplicetur autem D cubus ipsi B quadrato, quodque inde oritur sit C, & eidem intelligatur adplicari, & A cubus, erit altitudo C ęqualis ipsi A, minus altitudine, quę oritur si adplicetur, & A cubus eidem B quadrato, vnde quęritur,

,, *Ex serie quatuor continuè proportionalium, data prima*
,, *maiore, & differentia inter secundam, & quartam.*
,, *inuenire proportionales.*

Erit-

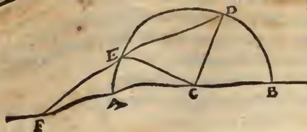
Eritque data B prima maior, C differentia secundæ maioris, & quartæ, & A, secunda de qua quæritur.

Atq; hactenus peculiaris mihi methodus in æquationibus cubicis puris, siue vt libet adfectis, in quibus cum exactio geometrica nondum sit exhibita, aut inuēta, quid in veteres illos Platonem, Eratosthenem, Nicomedē, Archimedē, Heronem, Pappum, aliosue in similibus ad hoc negociū ἐπιχειρήματος imitari interim licebat?

Hactenus Andersonus, cuius propositę effectiones ex ipso Geometrię penu erutę, modo liberum vnicuique fiet ex supra inductis restituere, & quidem vt fuerat ex selectis, qui & Vietèam hausere doctrinam, certè admodum enunciauit tunc temporis, ad eandem exhibendum, inuentam minimè fuisse exactionem, non idcirco quod inposterum exhiberi non potuerit, vt audacter plane nimis scripserant alij.

LEMMA.

Quia ad trisectionem anguli properamus, insistētes interim in repurganda forma ad ipso Vieta assumpta locus postulat vt reportetur 9 ipsius supplementi propositio, quæ sic se habet. Si à dato inperipheria puncto



puncto agatur linea occurrens diametro eductę tali ratione, vt intercepta conuexo peripherię, & porrecta diametri, ęquetur semediametro circuli, tunc angulus in centro, siuè opposita peripheria secabitur trifariam. Sit in semicirculo punctum D datum, à quo acta DF occurrat diametro eductę in puncto F, adeo vt FE ęqualis sit sdmidiametro AC, tunc BD arcus fiet triplus oppositi arcus AE, siuè angulus in centro BCD triplus fiet anguli ACE, & hoc ex vi Isoscelium DCE. ECF ęqualium laterum manifeste constat, & vt demonstratio legitima est, ita constructio defectum ostédit, & quidem non facultati, sed cultoribus referendum, & nos inferius ostensuri ex principijs ipsius Geometrię integram constructionē, hinc habeatur vbi trisectus fuerit angulus adplicatam lineam EF ęqualem fieri semidiametro, & è contra, si adplicata ęquetur semidiametro, angulus in centro trisecari &c.

PROBLEMA QVARTVM.

Data circuli peripheria, & in ea puncto, dataque linea pręfinita, illam inter conuexum, & eductam cordam inclinare, vt ad punctum pertineat datum.

Plura quippè complectitur proble[illegible]na, quàm effe-ctione vna perfici queat, de sem[illegible]circulo [illegible], & alijs supra, et infra eo portionibus o[illegible]oportet intelligi, et pro qualitate lineę quæ pręstet, c[illegible]cedat, siue [illegible] quet semidiametro, vel semicordæ, pa[illegible]riter adhuc [illegible]

Situ puncti in ipsa peripheria dati, quare per diuersa erit absoluendum problema.

Sit primum data peripheria semicirculus ADB, pũctum verò in vertice quadrantis D, & linea pręfinita æqualis semidiametro; Demittatur DC, quæ in hoc casu in centro erit, & normalis super diametrum, iungatque AD, hæc sumatur vt media in serie trium proportionalium, quarum differentia extremarum sit semidiameter AC, & reperiantur extremę, quarum maior ex D puncto ponatur in occursum eductę diametri, & sit DF, quę peripheriam secabit in E puncto. Dico eius intercepta pars FE æqualis fieri semidiametro AC. Quoniam igitur in triãgulo AFD ambligonio, latus maius DF potest quadrata AF, AD, & insuper quod fit sub FA in AC siue vnico quod continetur rectangulo sub FA in AB; ac idem quadratum DF resoluitur etiam in duo rectangula DFE, EDF, Ideo harum partium facta comparatione erunt ADQ ✱ FAB ✱ FAQ ęqualia EDF, DFE: at rectangulum FAB vna cum quadrato AF, æquale est AFB. rectangulo, id est æquale facto sub EFD, nam ex puncto F extra ductæ sunt in circulo duæ FD, & FB, igitur sublata, quæ ęqualia sunt euidenter, relinquetur DAQ ęquale EDF rectangulo, & si ad analogiam

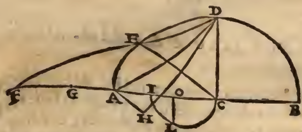
logi— —n reuocetur ęqualitas, tres erunt proportionales DA, DE, & harum differentia extremarum fiet FD at in earumdem constructione assumpta fuerat EF ro differentia extremarum, quare ęquales esse AC, AC F fit euidens, & pertinet ad punctum D datum, & V te factum erit quod oportuit.

ADNOTATIO PRIMA.

LEmma suppositum ex datis media, & extremarũ differentia ad exhibendum extremas in serie triũ proportionalium, quod á diuersis habetur, & admodum facilè fit, supersedemus repetere hìc, cęterum methodo eadem vsuri in alijs casibus, scilicet in portionibus supra, vel infra semicirculum, nihilominus pro semicirculo constructio singularis & expeditissima adest, scilicet si á puncto verticis D adplicetur diameter in occursum eductę, quę intercipietur erit semidiametro ęqualis, hoc est diameter secabitur à peripheria circuli bifariam, quoniam DF potest quatuor semidiametri quadrata AC seù CD, & hoc sublato, reliqua FC tria poterit eiusdem quadrata, at FCQ, ęquale est rectangulo AFB, vna cum quadrato AC, & subducto, poterit AFB rectangulum, eiusdem AC quadrata duo, hoc est rectangulum EFD duo poterit quadrata eiusdem AC, cum ęquetur AFB. Ideò secabitur in E bifariam, maximum enim spatium, quod à partibus sectę fit, est ex puncto semissium, quare constat propositum.

ADNOTATIO SECVNDA.

CVm autem adplicanda inter conuexum, et eductam diametrum diuersa à semidiametro fuerit, tũc pro oportunitate lineę datę emendanda erit media, vt cum differentia extremarum, (quę sẽper erit linea



data) habeantur extremę: ponatur primum quod data sit semidiametro maior, et sit ipsa CG, iuncta AD, eidem insistat ad angulos rectos HA, quę media sit inter semissem semidiametri, et differentiam semissium datę CG, et semidiametri semissis, sitque LO ęqualis AH, nempè quę media est inter CO semissem semidiametri, et huius differentiá á semisse datę *CI*, scilicet *OI*; si deinde iungatur *DH*, hęc temperata media erit, vt cum differentia extremarum *CG*, ipsę inueniantur extremę, quarum maior inclinata ex *D* secabitur á peripheria in *E* puncto, vt *EF* post ea ęquetur *CG* datę, nam quadratum medię in serie trium proportionalium excedit quadratum minoris in eo rectangulo, quod fit à minore in differentiam extremarum, et quod illud quadratum potest, cum quadrato differentię extremarum,

rum; ciuſque latus medium ſit inter maiorem & extre-
marum differentiam ſcilicet, DHQ excedit DE in eo
quod poteſt rectágulum FED ſub differentia extrema-
rum, & minorem, illudque adpoſitum quadrato FE
differentiæ extremarum, eſt rectangulum DFE, &
ſunt iterum trium proportionalium FD, FE extre-
mæ, quarum media ſit quod illud DFE poteſt rectan-
gulum, quod eſt relictum è quadrato maioris DF,
auferatur rectangulum ſub eadem maiore FD, & mi-
nore, DE, ideſt quadrato mediæ aſſumptæ DH, & dif-
ferentia CG in conſtructione aſſumpta ſit eadem cum
FE vt conſtat

Si verò adplicanda FE detur, hoc eſt CG minor ipſa ſemidiametro, tunc quadratum eo modo inuentū, vt AH, quod poſſit ſpatium ſub ſemiſſe datæ, & ſemidiametri differentia, in ſemiſſem ſemidiametri, auferendum erit è quadrato AD; vt quę reliquum [illegible] ſtatuatur media inter extremas inueniendas, [illegible] eſt differentia linea data: nequè pro hoc caſu [illegible] nouum opus eſt adducere, cum ex eodem fa[illegible] inquira- pi poſſit, & maior linearum trium propor[illegible] ex D adplicata in diametrum educta, reli[illegible] ſemidiametro minorem, & factum erit quo[illegible] tum fuit,

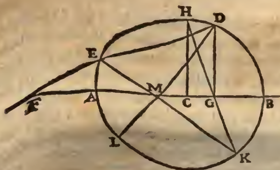
Notandum hic tandem ſola ea, quæ ſu[illegible] erit ſemi- diametro æquali triſecari arcum, vel angul[illegible] dum; at in ampliorem geometriæ extenſionem ad ali[illegible] us transfe- rimus caſus.

PRO-

PROBLEMA QVINTVM.

Dato semicirculo, & puncto in eius peripheria vltra verticem, lineaque semidiametro æquali, illam inter conuexum, & eductam diametrum ponere, vt ad datum pertineat punctum.

SIT circulus, & in eius peripheria punctum datum D vltra verticem quadrantis *H*, à quo sit inclinanda linea, adeò vt cõclusa eius pars inter conuexũ peripheriæ, & diametrum eductã, æqualis sit semidiametro expositi circuli. Demittantur in diametrum *AB* normales



HC, DG, deindè secetur bifariam AG in M, per quod punctum agatur DML, & ex H per G alia HGK, & per idem punctum K aptetur in circulo KE sumpta æqualis DL, seù ex L, distantia verò semidiametri signetur punctum E, vtroque etenim modo haberi licebit. Dico illud E efficere quæsitum, scilicet ducta DEF, eius conclusa EF portio inter peripheriæ conuexum, &

um, & eductam diametrum æqualis fieri ipsi semidia-
metro, quod vt sine confusione linearum ostendique-
at, in circulo altero prorsus æquali eadem signentur
puncta D,H,E, lineaque DF, & perpendiculares HG,
DG, iungantur postea AD. & DB, et super BD pona-
tur AI ea lege, vt DI sit potens FA in GC bis, suppo-
nimus ex opere iam AF terminari ipso F puncto, dein-
ceps verò AI assumatur, vt media in serie trium pro-
portionalium, & cum extremarum differentia extremæ,
pe ipsa semidiametro AC inueniantur extremæ, quæ
quidem in progressu ostendemus coæquari ipsis DF,
DE, vt methodo vtetes resolutiua. In ãbligonio triangulo ADF, latus DE maius potest duo FA, AD quadrata, plus eo quod bis fit rectangulo sub [illegible] sub ACG [illegible] dem DF quadratum resoluitur in duo rectan[illegible] EDF, & connexa CD quadratum similiter [illegible] tur duobus AC, CD quadratis, plus eo quo[illegible] bis comprehenditur rectangulo, quare æqu[illegible] sistet inter

H D E F AL C

$$\left.\begin{matrix} EFD \\ + EDF \end{matrix}\right) \;\&\; FAQ + FAG;\; + ACQ + ACG;\; + DCQ$$

Sed

Sed quadratum FA, plus rectangulo FA in AB, æquale est rectangulo AFB, seu EFD. Itaque si à rectangulo FA in AG 2 auferatur FAB, reliquum erit, quod fit sub FA in CG 2, cui si accedat, factum sub CA in CG 2, efficietur FC in CG 2, Ideò auferendo æqualia æqualibus, & reliqua collecta, æqualitas iterum consistet inter

EDF, & AC Q + CD Q + FC in CG 2

At AD Q æquale est quadratis duobus AC, & DC, plus eo quod fit sub AC in CG 2: ergo EDF spatium rectangulum excedit AD Q in eo, quod fit sub FA in CG 2, & est EDF æquale AI Q, cuius latus AI in constructione trium proportionalium, vt media assumpta fuerat, & pro differentia extremarum, AC semidiameter, quæ æqualis sit EF, cum eædem DF, AI, FE redeant in analogia, quare constat propositum.

ADNOTATIO PRIMA.

ASsumpsimus in constructione FA terminatam, vtpotè habetur per adplicatam duplicem in circulo KE, aut LE, & si libeat dissimulare, illud tamen alia via assequetur, & ipsam FA limitatam haberemus,

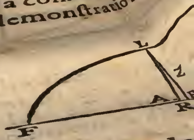
nam

nam si à quadrato AI, siue á spatio FDE auferet... drati AD spatium, relictum prorsus euaderet, sub AF in CG bis continetur, quod quidem dup... G adplicatum, orianda latitudo esset FA.

At ex analogismo Algebristarum idem erueti... demittatur EL perpendicularis super diamet... Quadrato AC auferri intelligatur corde EA q... dratum, spatium relictum æquale esset FAQ * F... dicatur hoc aggregatum Z planum, & quod... AL2, quod notum est, sit B, & quæsita FA dicatur A... equatio igitur ad analysim stabit AQ + B in A = ... plano, quare ex analytico documento sic explicabi...

$LV(BQ\frac{1}{4} * Z\ pl.) - B\frac{1}{2} = A$

Nec ratiocinatio speciosa à communi Algebri... rum operatione distat, eiusue demonstratio sic ... Sit igitur AP æqualis B, scilicet ī proximo ad hibi to epilogismo, idest du- plæ AL, & diuisa AP bi- fariam in R, erit AR æ- qualis semissi B, siue in superiori figura AL, eri- gatur PL perpendicula- ris, & æqualis Z (seu in figura secunda DI quadrato) illud verò authores dicu... um comparationis, & iuncta RL fiat ... & semicirculus scribatur FL) erit æqua... autem detracta AR cognita, habetur F...



Sit æqualis ipsi A ignotę, quod erat intentum.

Atque hic ex data media Z, & differentia extremarum AP, assequuntur extremę, quarum maior fit FP, & minor reliqua è diametro, quod incidenter subnectere libuit.

ADNOTATIO SECVNDA.

PRæmissi problematis licebit, & ab effectu veritas confirmari, nempè in semicirculo ADB posita DF maior proportionalium trium inuenta vt supra, in qua fiat *EL* ę-qualis *FE*, & demissis perpendicularibus HC, DG, etiam EK, EI perpendiculares fiant super HC, & AC, iungaturque CE, & in hoc symptomate vbi de semicirculo agitur sẽper ęqualis erit AC, quod in alijs portionibus, vt infra non continget, erunt in triangulo CFL latera duo LF, LC analogicè secta per æquidistantem EK ipsi AB, quare æquales euadunt *LK*, CK: immò & duo triangula EKL, EKC ęqualia, vt facile posset concludi, vndè bases EL, EC æquales, sed erat EL æqualis EF, & EC semidiametro AC. Ergo constat propositum.

ADNOTATIO TERTIA.

QVum autem contigerit præfinitam inferendam lineam dari diuersam ab ipsa semidiametro, ti fa... tum est supra in cõsimili casu, necesse erit media atter... perari pro qualitate datæ, vt si maior detur se- mi... iametro, sumenda venit linea, quæ possit rectan-

gulum sub semisse datæ in semissem semicordæ ... schemate semissis G sit CV, semicordæ semissis ... ducto circello CPV, iunctaque CP, vt media ... V, & CN, illa apponenda erit ad angulos re... Al iam supra inuentam vt media, tunc cum a... erit æqualis semicordæ, sit illa IO, & ducta ... dia emendata erit inter extremas reperiendas, ... differentia sit ipsa G data, & inuentis extremis ... illarum DF aptata ex D puncto in occursum se... exiet intercepta EF æqualis G, quod vt supra ... dum fuerit, & si quidem G data semidiamet... facta eadem constructione linea CP erit iuxta

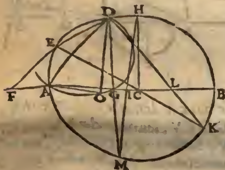
F

centiam minuenda à quadrato AI. Ita latus reliqui emendata habebitur media ad prętandum quęsitum.

PROBLEMA SEXTVM.

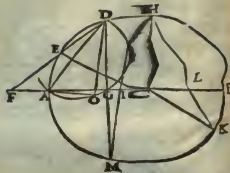
Datis iisdem vt supra, punctum verò tantum consistat citra verticem quadrantis, illud idem prastare.

SIt semicirculus, in peripheria punctum D, linea verò semidiametro æqualis AC, secetur in H circulus, & descendant ad normā HC, DG, hæc producta in M, iungatur HM, secta erit diameter in l: deindè portio BI secetur bifariam in L, & iuncta DLK, acquiritur punctū K, ex quo in circulo KE æqualis HM, habebitur E punctum in peripheria, per quod si agatur ex D linea DF. Dico huius partem interceptam EF ab educta diametro, ac conuexo peripheriæ, ęqualem esse ipsi AC. Nam iuncta DA, eius quadratum superabit spatium quod fit sub FDE, per rectāngulum sub FA in CG bis: resoluitur enim





Ad 6. Probl. fol. 42.



enim per primam, ac 12 secundi in vtrumque, scilicet

EFD) & in FA Q
✱ EDF) ✱ FA in AG 2
✱ AD Q

A = rectangulo EFD æquatur factum sub AFB, idest = AQ ✱ FA in AB, at sublata è quadrato DF plus æqu... auferretur quam sit FA in CG 2, ergo per antithe... MEDF ✱ FA in CG 2 æquabitur AD Q, siue EDF = AD Q − FA in CG 2, & hoc spatium si ad formam quadrati transeat, fiet AO Q = FA in CG 2, sublatum ex quadrato AD, & reliqui quadrati latus, nempè DO media emendata erit ad inquirendum extremas DF, FE, vt earum differentia rursus fiat FE, & æqualis AC, sumpta enim fuerat in constructione, ex æqualitate earundem extremarum, & constat propositum, vt inculcari magis non sit necesse.

ADNOTATIO PRIMA.

Illud idem punctum E, vt in superiore ... cebit assequi, vtpotè si diuidatur BG ... puncto, & per idem ex H linea HLK, porrò a... ex D in C, ibidem erit punctum M, & apt... in circulo linea æqualis DCM ex K puncto, ... tur rursus in peripheria punctum E.

Cæterum habebitur FA portio determi... posset adhuc vlterius, vt factum est supra det... quod indicasse sufficiat.

At si ex situ puncti, & ex data linea fiere...

cata excurreret tota extra peripheriam, hoc est ta[illegible]ntum contingeret in *D*, tunc illa esset omnium quę da[illegible] possent minima ad efficiendum problema idoneæ, & si daretur alia possibilis diuersa à semidiametro, tu[illegible]c limitanda foret media *DO* inuenta, iuxta adnotata i[illegible] cęteris præceptionibus, vt non oporteat idem opus repetere.

ADNOTATIO SECVNDA.

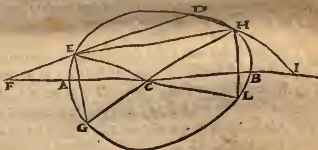
IDem ostendere licebit in alia forma quasi ab effectu, positò namque semicirculo *AHB*, & punct[illegible] in peripheri[illegible] D, in eoque a[illegible]tata linea D[illegible] F, quæ porrecta occurra[illegible] eductę CH in L, & demissis EK, & EI perpēdicularibus super oppositas, erunt CKE, LKE vt prius triangula similia, & æqualia, & ideò LE, siuè FE æqualis AC, pertinetque ad punctum D; quare factum quod oportuit. Igitur constat quocumque casu contingat dari punctum in peripheria, per methodum geometricam applicari in semidiametro ęqualem lineam inter conuexum, & eductam diametrum, hoc est siue arcus, siue angulus congruus

gruus in centro legitimè trisecari, vt arcus AE fiat triens arcus DB, siue ACE triens anguli BCD, vt incompetens, & absurdum fiat prouocare ad postulatum ipsa Geometria expulsum.

PROBLEMA SEPTIMVM.

Dato in peripheria semicirculi puncto extra verticem quadrantis, oporteat duas inclinare ad diuersa, diametro occurrentes eductæ, vt interceptæ ambo, abs conuexo æquentur diametro,

COmpleatur circulus in quo sit positione punctum D, & acta, per aliquod præmissorum problema,



DEF, ex vna partium quod reliquum est per facilis quidem est, nam posita *EG*, seu *HL* semidiametro æquali, & per centrum conductæ *GCH* seù *LCE* punctum reliquum

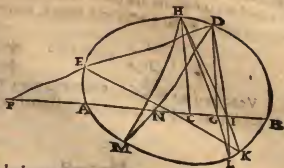
quum reperitur coalternum, Immo ex altero inuento per solam adplicationem lateris Isopleuris trianguli, vt ex *E* in *H* punctum erit quod queritur, nam quadratum *GH*, seù *LE* potest, & *GE* semidiametri, & Isopleuri lateris quadrata, unde sequitur tàm *AE* trientem esse arcus *DB*, quam *BH* arcus *AD*, quod etiam de angulis in centro oppositis ratio est eadem, quare consensus animaduerti licet totius operis, pro diuersitate puncti semper *LE*, *HG* secari bifariam in centro, non autem in alijs portionibus, vt infra.

PROBLEMA OCTAVVM.

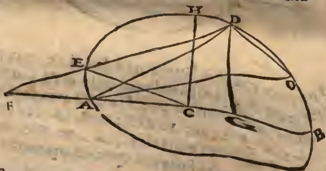
Data portione maiore semicirculo, & puncto in peripheria dato vltra quadrantis verticem, linea verò semicordæ æquali, vt inter conuexum, & eductam cordam ponatur, & pertineat ad punctum datum.

SIt *ADB* portio maior semicirculo, punctum *D*, secetur in *H* bifariam peripheria, & perpendiculares in diametrum sint *HC*, *DG*, & portio diametri *AG* secetur bifariam in *N*, & duæ deducantur lineæ *DNM*, *HGL* secantes peripheriam in punctis *M*, L, deinde iungantur *HM*, *DL*, & hæc iterum secabit diametrum in *I*, per quod, acta *HIK*, habebitur aliud punctum in peripheria nempè *K*, ex quo ad partes *A* aptetur in circulo K*E* æqualis assumpta ipsi *HM*. Dico quod puncto *E* absoluetur problema, vtporè ducta *DE* in occursum.

sū cordæ protractæ BA, intercepta pars FE æquari semicordæ AC, quod vt absq; confusione lineatū ostendi queat, sit replicata portio ADB, in qua



ex inclinata DEF, habetur limitata FA portio eductæ cordæ, & cum CG bis spatium, quo FDE rectangulum superat quadratum AD, cui si addatur illud potens, vt DO posita ad rectum angulum, & connexa AO, emendata fiet media proportionalis ad extremas inueniēdum in serie trium, & differentia extremarū sit semicorda, quibus inuētis, DF maior fiet, minor verò DE, vt per repetitionē earum resolutionum,



vt in consimili ostendetur, quoniam in ADF triangulo, latus maius DF potest ambligonio quadrata AF,

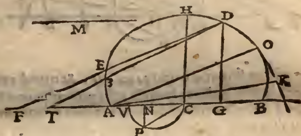
AF, AD, plus eo quod fit sub FA in AG bis, & pariter resoluitur idem in duo rectangula EDF, EFD, quæ comparata, vt factum est supra, erunt

		FAQ
EDF)	æqualia	✠FAG2
✠EFD)		✠ADQ

Verum duo FAG rectangula, vna cum quadrato FA excedunt AFB rectangulum in eo, quod AG bis superat cordá AB, hoc est per CG bis, ablatis ergo equalibus ac reliquis collectis, fiet *EDF* rectangulum æquale □ *ADQ* *FA* in *CG* 2, quare ad extremas inquirendum in serie trium proportionalium media fiet, quæ possit *FD* in *DE*, sic differentia earundem erit *FE*, at easdemmet extremas acquisimus ex media *AO* potens, nempè idem *FDE* rectangulum, & differentia *AC*; quare consequitur necessario fieri æquales *AC*, & *FE*, & pertinet ad punctum *D*. Ideo factum quod oportuit.

ADNOTATIO.

CVm in vertice portionis dabitur punctum H, media perpetuò erit ducta AH, & extremarum differentia ſemicorda AC, vt in ſemicirculo eſt demonſtratum, ita adplicata inter conuexum & eductam cordam æqualis ſemicordæ euadet, quod ex ſupra deductis facilè poſſet confirmari; cum verò aliundè à vertice D punctum datur, tunc limitari oportet media pro qualibet datæ lineæ magnitudine ſingulatim. Sit portio ſemicirculo maior ADB, punctum D vltra verticem, longitudo lineæ M, & ſit iam ducta DT,



quæ det T3 adplicatam æqualem ſemicordę, & potens TD3 ſit AO, accipiatur ſemiſſis M in CV, ſemiſſis ſemicordę in CN, & quod rectangulum poſſit ſub VC in CN ſit CP, addatur ad AO in angulo recto, & ſit OK ęqualis PC, duoque quadrata AO, & OK linea ſit poteſt AK, quę erit emendata media, vt inueniantur extremę ex datis ſcilicet AK media, & differentia extremarum ipſa M, quę de more ſi reperiantur, & maior earundem DF ex puncto D ponatur inclinata ad

Occurſum

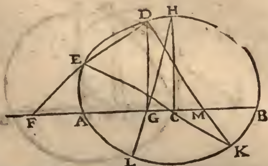
occursum eductę cordę relinquetur intercepta eius pars FE á conuexo, quæ ipsi M præfinitę erit æqualis, quod quidém per eadem transeundo vestigia, posset ordinari demonstratio, cumque abundè superius reperitum sit in hisce vlterius immorari censemus forè inopportunum, & si quidèm semicorda AC maior esset ipsa data, quadratum K eadem via obtentũ subducendum foret è quadrato AO, & quod residuum posset, linea scilicet lateris esset ponenda media, sed cum data pro differentia extremarum inuenientur extremæ & illarum maior, à puncto D inclinata caderet inter $A3$, quod etiam pro ijs, quæ sequentur adnotatum esse volumus, absque eo quod iterentur.

PROBLEMA NONVM.

Iisdem quæ supra datis, situs attamen dati puncti citra consistat verticem, illud idem efficere.

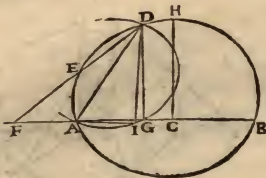
SIt portió HDB secta bifariam in H, & punctum D datum citra verticem portionis consistat, linea verò

verò aptanda æqualis ſemicordę, demittantur normaliter *DG*, *HC* ſuper cordam, & pars comprehenſa *BG* diuidatur bifariam in *M*, & duę agantur lineæ *DMK*, *HGL*, deindè à puncto inuento *K*, ponatur in circulo *KE* æqualis ipſi *HL*. Dico quod puncto *E* efficietur problema, nēpè productis *DE*, *BA* committētes ſe in *F* puncto, fieri adplicata *EF* æqualis ſemicordę *AC*, ponatur eadem portio in coæquali, vt in ſchemate ſecundo, & ducta *AD*, ab eius quadrato erit ſubtrahendum quadratum ęquale ei rectangulo, quod fiet ſub *FA* in *GC* bis, & ſit *AI*, reliqua iuncta *DI* erit, quę ſumenda, vt media in ſerie trium proportionalium ad extremas inueniendas, cum illarum differentia *AC* ſemicordę, & erit maior illarum *DF*, de more ponenda ex *D* in occurſum eductæ cordæ, & harum demonſtratio ferè per repetitionem conſimilium oſtendi poſſet, quod non eſſe opus, ex dictis patet.



ADNOTATIO.

ET in hoc casu ex situ puncti D dati continge[r]e posset, vt tota DF extra peripheriam caderet, hoc est tangentē esse, & ideò minima fieri omnium, quę inclinari possent per peripheriam HD, & si[c] dē linea a[d]plicanda fu[e]rit á semic[…] da diuersa



[…]iam plus quam semel tradidimus formam limitand[…] mediam, vt cum data tanquam differentia extremarum extremæ exhibeantur.

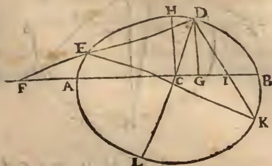
PROBLEMA DECIMVM.

Sit tandem data portio, quæ semicirculo cedat, & punctum datum, vltra verticem, adplicanda verò semicordam adæquet, oportet idem præstare.

Compleatur circulus, & in H secetur bifariam portio data AHB, in qua punctum D datum, demittantur

tantur

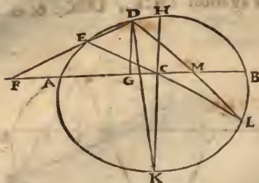
tantur HC, DG perpendiculares, deinde portio BG secetur in I bifariam, & agantur DCL, DIK, & ex K in circulo aptetur KE æqualis ipsi DL, & assequetur punctum in peripheria E, quo effici problema, si vlterius progredi libeat non discedẽs à premissis cõ similibus ostẽdi posset, & nos vt superflua non repetimus.



PROBLEMA VNDEMVM.

Iisdemmet datis, tantum consistat punctum citra verticem portionis, & illud idem efficere.

COmpleatur circulus, & data *ADH* portio bisecetur in *H*, & vt supra *HC*, *DG* perpendiculares, á puncto nempè dato *D*, portio deindè *GB*, in *M* bifariam secta, & porrecta *HC* ad peripheriam in K, duæ agantur *DK*, *DML*, à quo *L* inuento puncto ponatur in circulo *LE*, quæ assumatur æqualis *DK*, & dabitur



bitur punctum *E*, per quod si agatur *DEF*, fiet adplicata *EF* æqualis semicordæ AC, quod ad instar aliorum casuum erit ratiocinandum.

A D N O T A T I O.

ET in hoc casu eadem cautio recurrit, vt ex site dati puncti, ac magnitudine lineæ posset totam extra peripheriam excurrere extra circulum, tangensque tantum fieri ad D punctum, verum si linea diuersa ab ipsa semicorda exponatur iam diximus ea qua limitanda media vt, idonea euaderet,

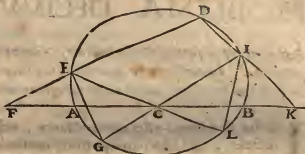
Cęterum in portionibus supra, vel infra semicirculum potest linea adplicari ad instar semicirculi, vt adplicatæ ęquales fiant cuilibet datæ supra, vel infra, aut ipsi semicordę, at sectio tripartita arcus siuè anguli numquam succedet, nisi in semicirculo, & cum intercepta fiet æqualis semidiametro, etenim propria est semicirculi, ac semidiametri passio, quæ ad portiones negat natura communicari cęteras.

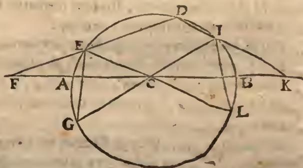
PRO-

OBLEMA DVODECIMVM

onibus à ſemicirculo diuerſis, dato pũcto, & nõ in ver t ex vtraque parte inclinare duas occurrẽte porrecta adeò vt, & æquales fiant, & cordã ſimul adæquent:

portione ſiuè maiore, ſiuè minore ſemicirculo gnetur *D* punctum extra verticem, & ex congruo roble- ex ſu indu– agatur è DEF, è *DIK*, interce- tę *FE*, vel K ſit ęqua les ſemicor dę, & per pũctum C cordę dimi diũ ſignãs, agatur *EC* L, vel *IC* G, habebi- tur & viciſ ſim, aut pũ- ctum I, aut punctũ *E*,





& erunt

& erunt aptatę *EF*, Ik ęquales ipsi *AC*, vt simul connexę sint ipsa corda *AB*, & in hoc agnoscitur elegans rei naturæ consensus, vt in semicirculo diximus in con simili iunctæ lineę *LCE*, *GCI* per centrum transire, hic per semissem cordę, etenim triangula duo *CEG*, *CIL* sunt ęqualia, & similia, & addito trapezio *CIDE* communi, ęqualia fiunt duo alia *IDEG*, *LIDE*, nec vlterius afferetur ostensio quum ex singulis pręmissis pendeat.

PROBLEMA DECIMVMTERT.

Data portione semicirculo maiore, & in peripheria puncto, præfinita, quam aptare oporteat, vt inter conuexum, & porrectam cordam, ad datum pertineat punctum.

IDem fatemur esse cum octano, vel nono problematis, sed ideò proponitur rursus ad vsum, & vt propositio sexta supplementi Vietæ ad methodum reuocetur geometricam, Ibidem namque author sic sub alijs verbis proposuerat, nempè.

„ *Datis ex tribus propositis lineis proportionalibus, prima,*
„ *& ea, cuius quadratum æquale sit ei, quo differt quadra-*
„ *tum compositæ è secunda, & tertia, à quadrato compo-*
„ *sitæ è secunda, & tertia; inuenire secundam, & ter-*
„ *tiam proportionales.*

Constructio Vietęa fuerat, ex tribus in analogia, data prima *AB*, & recta *BD*, cuius quadratum æquale sit ei, quo differt quadratum compositę è secunda, & tertia,

quadrato compositæ è secunda, & prima, vt
ntur proportionales, secunda & tertia. Com-
r ad angulos rectos *AB*, & *BD*, & iungatur
e statuatur diameter circuli è centro *C*, à pun-
em *D* in eductam cordam *BA* inclinetur linea
eò vt intercepta circuli conuexo, nempe *EF*
s fiat præfinitæ, scilicet *AB* (huc vsque se ha-
rectè constructio, nisi pro inclinanda linea *DF*
tias author ex postulato requisiuisset) at modo
a, quę à nobis sunt superius allata per congruum
lema, nam portio *AHDB* præstat semicirculo,
ur *DF*, adeout intercepta *FE* portio sit æqualis
finitæ *AB*, absoluta constructione in ipsa demon-
tionis se-
imperfe-
io nulla est:
sumamus i
itur autho-
is verba, iú-
gantur *AE*,
& *AH* æqui-
distans eua-
dat *BD*, & a-
gatur DH,
erunt triangula *DGH*, *AEF* similia, & æqualia, nam
anguli ad *E* & *H* sunt recti, & *AFE* suo coalterno *HD*
G fit æqualis, latera verò *DH*, seu *AB*, & *FE* æqualia
sunt ex constructione, est autem vt *BA* ad *AF*, ita *DG*
ad GF, siue *FA* ad *FG*; sunt ergo tres proportionales
H *BA*,

BA, AF (seu DG) & FG; at BF composita est ex BA, & AF, prima nempè & secunda; DF verò composita ex DG & FG secunda, & tertia; quadratum deniqu e ex DF differt à quadrato BF per quadratum BD datum, & factum erit quod oportuit.

PROBL. DECIMVMQVARTVM

Heptagonum regulare in circulo geometricè describere.

HIc Vietæam methodum, quæ postulato hære inuiso curamus expurgare, exposituri nihi minus vniuer lé infra pro qu cumque polyg no ordinato lat rum imparium & quidem cum supra angulum planum trifariam secuimus, ita facilè exsurgit heptagoni descriptio, quæ deinceps adhuc facilius persoluere ostendemus. Ad propositionem 19. supplementi sic habet author in constructione heptagoni. Sit circulus cuius centrum C, diameter AB, eius triens sit BG, iungatur GH, sumpta scilicet triente semicirculi BH, cui æquidistet

diſtet ex centro, *CD*; ex puncto *D* agatur *DF*, itaut *EF* ęquetur ſemidiametro *AC*, quod fieri poſſe geometricè oſtendimus in quinto problemate, & huic ex *H* puncto æquidiſtans fiat *HI*, porrò ex I puncto ponatur in circulo linea IK æqualis ſemidiametro *AC*. Dico arcum *A*K ſeptimam partem eſſe totius circuli, nec vlterius hìc cenſemus demõſtrationem addere oportunũ, poterit namque quilibet ſtudioſus apud authorem inquirere, & quod aliàs ſubobſcura, à plurimis videbatur, longè facilior in nupera editione Bataua (qua cuncta prius impreſſa vno comprehenſa habentur volumine) nam ab eximio Mathematico Franc. Schooten (qui curam totius operis repurgandi in ſe ſuſceperat, & elegantiſſimè abſoluit) huic propoſitioni fuit ſubiunctum ſcholium, ſibi ex noſtra tranſmiſſum Italia, ad locũ illuſtrandum ſatis idoneum, vt ipſemet teſtatur in notis.

ADNOTATIO.

NON *pauci pro deſcriptione heptagoni labora*runt, & ferè omnes in vna ſuarum *Decadum* Io: Camillus Glorioſus retulit, & vt Pſeudographos reprobauerat, deinceps ſanè erunt ab ipſa Geometria exulandi, nam & heptagonum, & alias figuras imparium laterum, facultas ipſa exhibet, vt infra docebimus, quod hactenus inter impoſſibilia erant collocata, & nihilominus adeò faciliter traduntur, vt melius optare cenſeatur minimè poſſe quicquam.

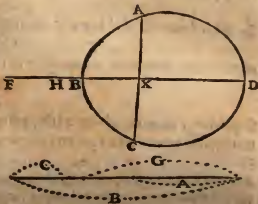
PROBL · DECIMVMQVINTVM

Datam sphæram ita secare, vt portiones inter se sint in ratione data.

DEsumimus hoc ex secundo de sphęra, & cilindro, propositione quarta eximij illius Siculi Senis, & libenter supponimus authoris, quæ ad nostra non peruenere tempora ignota haud eidem potuisse haberi, attamen, quæ à scholiaste Eutocio, & nuper à Fleurantio repastinata videntur, ad constructionē completam nihil conferre omnes fatentur, vt opus fu... suppetias è mechanicis implorare: nos verò profitem... cuncta debere expelli, cum viderint studiosi per ... principia facultas sibi sufficere.

Sit igitur sphęra secanda ABCD tali plano, vt v... portio se habeat ad aliam in ratione R ad S data, p... natur factum, vt cum Analystis rem absoluamus, ... sectio facta erit, circulus ijsdem elemētis signatus, eiu... diameter, atque axis BD, cui indirectum ea quæ e... centro æqualis adijciatur BF, deindè eadem secetu... puncto H, vt sit FH ad HB in ratione data R ad S, porro tum analysis, tum synthesis Archimedea eò conducit, vt oporteat iterum diametrum BD nouo secari puncto, vt verbi causa in X, et fiat quadratum partis DX ad quadratum diametri BD, vt longitudo FH se habet ad longitudinem FX, quo facto consequēter ostendit author, quod planum secans sphæram per

per punctum X transiens, et diametro insistens ad normam quęsitum absoluere, hoc est fieri ADC portio ad portionem ABC in eadem esse ratione, veluti *FX* ad FH, scilicet R ad S, quare puncti illius *X* inuentio fuerat scopulus, in quem impacti hactenus omnes labores declinarũt proprios. Transponatur *FD* linea, (quę continet ter semidiametrum sphęrę) et simul concessis punctis, deinde per analyseos pręcepta *DF* dicatur *B*: portio *FH* dicatur esse *C*: et diameter vocetur G, demum ignota *DX* sit *A*, vt *FX* fingatur esse *B* -- *A*, ex hisce per consequentia artis analyseos, quod ignotum est manifestum fiet, etenim dicebamus debere esse in analogia *G Q* ad *A Q*, vt *B* -- *A* ad *C* quartum, scilicet illud est vt *DB Q* ad *DX Q*, sit *FX* ad *FH*, porrò ad ęqualitatem conuersa analogia, solida facta ęqualia erunt



$$G\,Q \text{ in } C = \begin{matrix} B \text{ in } A\,Q \\ --- \; A\,C \end{matrix}$$

Igitur res deuoluta est ad analyticum tertium ex supra inductis ab Andersono, nempè,

Ex serie

" *Ex serie quatuor proportionalium data secunda, & ag-*
" *gregato primæ, & quartæ exhibere proportionales.*

Quare si inter G, & C magnitudines datas, inueniantur binæ in analogia cõtinua, erit illarum prima maior latus cubi æqualis solido, quod fit ex GQ in C, sit illa D, æqualitas ergo erit noua, D cubus $=$ B in AQ $-$ AC

Et ideò latus cubi D erit in analogia quatuor proportionalium secunda nempè $\overset{1}{A}$; $\overset{2}{D}$; $\overset{3}{\frac{DQ}{A}}$; $\overset{4}{B - A}$, &

si quidem manentibus aliis [illegible] prima, & tertia æqualiter multiplicentur per ipsum A, analogia non turbabitur & erunt $\overset{1}{AQ}$, $\overset{2}{D}$, $\overset{3}{DQ}$, $\overset{4}{B - A}$, iterum proportionales, sicque vt prius adparet, quod factum sub extremis æquatur facto sub mediis, cumque prima sit A, secunda D, & adgregatum primæ & quartæ ipsum B, è quo si auferatur prima A, relinquetur quarta $B - A$, & ducendo secundam in quartam fiet compositum æquale quadrato tertiæ, ergo D in B $-$ D in A æquale D quadrato, porrò si ordinetur æqualitas, segregando scilicet à notis ignota, erit D in B $-$ DQ $=$ D in A, adhibita nempè antithesi, ergo si abs facto plano rectangulo sub D in B lateribus auferatur D quadratum, & quod est reliquum dicatur F quadratum, tunc æqualitas redit

FQ -

FQ = D in A, & reuocata ad analogiam
Ita D ad F, vt F ad A, at magnitudines tres priores notæ sunt, quarta igitur statim innotescet, quæ fuerat A, nimirum DX in schemate, ergo punctum X quæsitum signatum habetur, cumque ab initio erat conuertendo,
vt DXQ ad BDQ, Ita FH ad FX planum transiens ad rectos angulos super diametrum, hoc est AXC secabit sphæram in duas portiones ADC, & ABC in ea ratione, vt FH ad FX, scilicet R ad S data, quod erat faciendum.

ADNOTATIO.

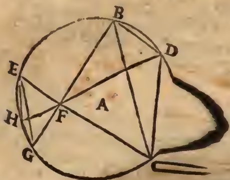
AD huius instar nõ pauca apud Authores plurimos poterunt restitui, & ad genus planorum penitus reuocari, quod relinquimus otiosioribus, nobis satis fuerit aperuisse methodum, ac prętulisse facem.

PROBL. DECIMVMSEXTVM

In vno, eodemque circulo similes, ac inæquales duas portiones suscipere.

SIt circulus circa A centrum, & in eo ducatur quęlibet linea diametro minor, vt BC (etenim propositio est de portionibus inæqualibus) fiant super extrema puncta BC anguli semirecti CBF, FCB, erit reliquus

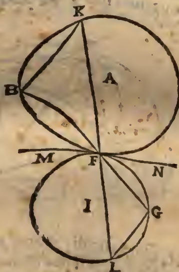
quus angulus *BFC* in eodem triangulo rectus, & productis lateribus *CF*, *BF* vsque ad peripheriam, & iuncta *EG*, etiam in alio triangulo *EFG* semirecti fient anguli ad basim *EG*. Dico quod portiones *BDC*, *EHG* sunt similes in eodem circulo, & quod inæquales sint probari non debet ex euidentia. Accipiatur aliquod punctum D, & hoc ad libitum, ex quo per F communem verticem ducatur DFH, portiones oppositè secabit similiter, et fiet, vt BD, ad DC, ita GH ad HE, si enim iungantur cordę BD, CD, nec non HG, HE, anguli BDH, BGH super eandem peripheriam BEH ęquales sunt, vt etiam anguli DHG, *DBG* super eandem insistentes peripheriam DCG *pares sunt*, reliqui verò ad F sunt verticales, quare ex *ipsa similium definitione* figurarum, illa duo triangula *similia esse non potest* infici, et eodem prorsus modo *similia fiunt duo op*posita alia triangula EFH & DFC demonstrari poterit, & quibusuis aliis productis per aliam lineam è puncto in diuerso situ abs D, ideò ratio eadem fit arcus BD ad DC, quę *GH*, ad HE, siuè alternè *BD* ad GH, vt DC ad *HE*, siuè componendo, et per conuersionem, siuè diuidendo, igitur nihil officit ad argumentandum



dum de angulis; vt factum est de peripherijs simul congrue ad centrum postea relatis, quare in circulo eodem duę sumptæ fuerunt portiones similes, & inęquales, quod erat faciendum

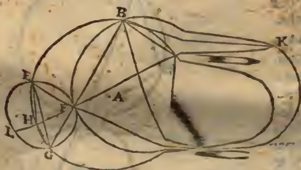
ADNOTATIO PRIMA.

VErum quę recenter inducuntur nisi ad vltimum principiorum fuerint resoluta agnouimus frequenter ingerere scrupula, præsertim ijs, qui non admodum sunt prouecti, & ad criticen fiunt procliuiores, vt igitur omnibus fiat satis, & sequentium pateant fundamenta facilius, sint duo inæquales circuli se contingentes in *F* puncto, quorum *A* & *I*, centra, constat ex 12. tertij elementorum, puncta eadem si iungantur transire per punctum contactus, & æqualiter circulos secari; at si per duas quasuis lineas non per centra, in puncto tamen *F* contactus se secantes, portiones ex aduerso similes fieri, vt in schemate *BG*, *KL*, & iunctę *BK*, *LG* nec non coalternę portiones



I

tiones ſimiles eſſe, nam duo ſunt triangula *BFK*, *GFL*, & per contactum ad angulos pares ducta *MFN*, iam anguli *MFB*, *BKF*, vt in coàlterna portione ſunt ęquales, ſicut *NFG*, *FLG* eadem ratione ſunt ęquales, ſed anguli *MFB*, *NFG* ſunt verticales; ergo anguli *BKF*, *GLF* ſunt æquales, quare æquiangula triangula fiunt, & portiones æqualibus angulis competentes ſimiles fiunt, & quod in diuerſis circulis contingit, in vnò & eodem fieri circulo, aſſu[redacted]mi poſſe oſtendit problema pręmiſſum, & ſic euiden[redacted]ius licèt confirmari, nam ſi circa duo triangula *BFC* [redacted] *EFG* ſcribantur circuli ſe contingentes in *F*, & *DE*[redacted] ducta linea, ex vtraque parte educatur ad ſigna peripheriarũ *L*, *K*, portiones *BD*, & *GH* ſimiles fieri iam planum eſt in vno eodemque circulo, veluti in diuerſis *EFGL*, *CFBK* triangula *BKF*, *GLF* ſimilia, & ita ſe habere *BD* ad *GH*, peripheriæ



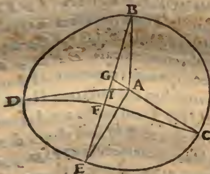
eiuſdem circuli, ſicuti *BK*[redacted] peripheria vnius ad *LG* peripheriam alterius circu[redacted], ob ſimilitudinem triangulorum *BFK*, *GFL*, ergo [redacted] permutando erit ita *BD* peripheria ad *BK* periph[redacted]iam vt *GH* ad *GL*, arcus ad arcum, quod hæ com[redacted]rationes & omnes aliç fieri pote-

runt ob similitudinem arcuum obtendentium angulos æquales, nam omnes ad vnum relatæ portiones circulum, habebunt angulos proportionales, competentes peripherijs inæqualium partium vnius, siuè diuersorum circulorum.

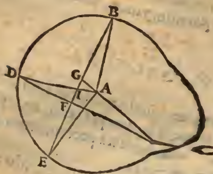
ADNOTATIO SECVNDA.

DVÆ lineæ in circulo æqualiter se secari non posse Elementator ostendit, nisi per centrum transeant, & si altera bifariam, ab altera per centrum, fieri ad angulos rectos, & è contra,

Cui non incongruè addi potest, si in circulo sint duę æquales lineę se secantes, numquam vicissim in partes ęquales nisi se comittant ad águlos rectos, nec similitudo exurget nisi partes reciprocè adęquantur. Sint in circulo, cuius A centrũ duæ ęquales lineæ DC, BE ita compositę ad angulos rectos in F, vt se secent, & pars BF vnius sit ęqualis parti alterius FC, sicque DF huius reliqua ęquetur FE alterius, tunc continget portiones BC, DE in eodem circulo similes euadere, quod in problemate est demonstratum,



anguli deindè diuersorum circulorum reuocantur ad centrum vnius, siuè anguli similium partium in vno, & eodem ad centrum per incrementa, & decrementa penitùs paria, vt in circulo si iungantur lineę *BA*, *DA*, *EA*, *CA*, angulus rectus extra cẽtrũ *EFD* reuocatur ad veram quãtitatẽ anguli *DAE* in centro debitam arcui *DE* per decrementa, nam si auferatur angulus *ADF* in triãgulo *IFD* relinquetur externus *DIF* angulus, à quo iterum a[illegible] [illegible]so angulo *AEI* habetur in centro angulus *DAE*, & [illegible]anè decrementa si accedant angulo conuerticali *BFC* [illegible] angulus redibit *BAC* arcui *BC* competens, etenim si [illegible]ngulo recto *BFC* accedat *GCF* angulus, erit horum summa externus (porrecta *CA* in *G*) *BGA*, cui rursus ad[illegible] [illegible]tus *ABG*, fiet summa angulus in centro *BAC*; sed duo [illegible]ecrementa *FDI*, *AEG* ęqualia sunt incrementis *GCF* [illegible] *ABG* ex vi ęqualium Isoscelium, & angulorum supra basim, & hęc addere sustinuimus ad omnem tolle[illegible]um scrupulum in sequentibus pręter familiarem no[illegible]s stilum.



PROBL. DECIMVMSEPT-

Angulum planum quemcumque secare tripartitò, & in alia qualibet analogia, per solas quippe lineas rectas.

SVpra ex peripheria semicirculi, & lineas rectas geometricè angulum secuimus planum trifariam, modò per solas lineas rectas, non tripartitò tantum, sed in alias impares secari aggredimur partes, & quidem de trisectione tùm alibi, tum in octauo Geometriæ practicæ libro ad xxv. propositionem agens Clauius sanè inter scriptores clarissimus vtebatur Nicomedeo artificio in describenda Conchoide, cum aptius nihil haberetur, quod quidem mechanicum si rectè animaduertatur nos in primo problemate expunximus per opus legitimè Geometricum. *Interim* Clauij verba addi hìc possunt, & sunt sequentia

„ *Problema hoc veteres diù multumq; exagitauit, nec ab*
„ *vllo ad hanc vsque diem geometricè solutum est, &c.*

Quìs vtique si dixisset augulum planum secari vlterius á tripartitò per loca imparia, in desperatam respondissent vniuersi solutionem incidere, at me memineram aliquando occurrisse in ijs, quæ omnium Geometrarum maximus scripserat Dositheo suo, initio scilicet libelli de spiralibus, vbi sic ait Archimedes.

„ *Quot in Geometria visa sunt primum impossibilia, quæ tempore suam capiunt perfectionem.*

Quæ quidem verba fateor plurimum me iuuasse, adeo

adeò vt in animum induxeram firmiter, in philosophando minimè oportere in aliorum acquiescere sententiam, vbi nulla emergeret impossibilitas, Immò nec ignotum fuerat mihi, tantò præstantiora semper haberi inuenta, quantò minus operosa, quia ad naturæ rationem videantur accedere simpliciora, quam magis composita, idcirco omnes intenderam neruos, vt veterum, ab vsu omni ablegarentur machinamenta, & quid in hoc profecerimus aliorum est iudicium, ac fortasse non abludet vatis illud elegans

Nec omnia grandior ætas,
Quæ discamus habet — Seris venit vsus ab annis.

Proponimus igitur ex sui natura in infinitum secari angulum planum posse, per solas lineas rectas, nisi ob nimiam ipsarum inclinationem difficultas emergeret, & hanc etiam euitabimus in proximo problemate. Sit interim propositus angulus trisecandus *ADB*, demittatur perpendicularis *BA*, & punctum *B* arbitrariè sumptum, ducatur parallelam *BC* ipsi *DA*, deinde ex *A* ponatur *AF* æqualis duplæ *BD*, & *AF* diuisa bifariā in *E*, quo facto centro, & distantia *ED*, vel circuli pars scribatur *DH* (& quia punctum *B* potest infra si oporteat accipi, semper resecabitur parallela in *H* puncto, quocumq; cadat) porrò sumpto interuallo *FH*, transferatur in *DG*, & portio *AG* in *BC*. Dico puncto *C* effici quæsitum, nimirum ducta *DC*, secare angulum trifariam, quoniam igitur in problemate huius opusculi primo demonstratum est, eadem constructione fieri *NC*, *AE* lineę æquales, si diuidatur *NC* bifariam

am in I, ibique centro, ac interuallo IC, seu IN cir-
, vel semissis scribatur, necessariò transire per pun-
n B ob angulum rectum euidens est; igitur ducta
quatuor
æ erunt
B, IH, B
duo con
nentes i-
elia BI
DBI æ-
liū cru-
& ideò
gulus BID externus trianguli BIC, duplus interni
erutriūs; sit BCI, at BID angulus æquatur BDI, in
Isosceele, quare anguli BCD etiam duplus sit an-
lus BDC; & ambo BDC, BCD adequat angulus ex-
nus DBH; ergo fit DBH triplus interni BCD, sed
gulo DBH est coalternus BDA, eidem æqualis, vt
DN coalternus angulo BCD æqualis, relinquitur
eò BDC, duplus anguli ADN, quare totus ADB datus
gulus trifariam est sectus, eiusque triens ADH, quod
at fieri imperatum.

Sit deindè angulus ADB secandus quintufariam,
sdem insistendo vestigijs perficietur, limitari tantum
st opus appositam AF indirectum ipsi DA protractā,
in hoc casu fiat, vt contineat ipsam BD ter cum se-
misse vnius partis, deindè diuisa AF in E bifariam, &
distantia ED acquiratur H punctum, & linea (si du-
ceretur) HF reponatur in DG, sicuti AG in BC, quod
& su pra

& supra idem factum fuit. Dico C puncto fieri quæsitũ. Etenim si scriberetur circa *NC* semicirculus, vtiq; transiret per *B* ob rectum angulum, & si *DB* amplitu-



do alterni ponatur in *BL* [illegible] *ZK, KI, IC*; erunt quatuor isoscelia æqualium cruru[illegible] *CIK, KIL, LKB, BLD*, quare externus angulus *KIL* [illegible] fiet duplus interni *ICK*, & *LKB* triplus, *BLD* qua[illegible] uplus, & demum in totali triangulo *BCD* externus [illegible] angulus *DBH* fiet anguli eiusdem *BCD* quintuplus [illegible] hoc est *BDA* coalternus illi quintuplus anguli *ADN* [illegible] alternus *DCB*, quare angulus datus *BDA* sectus est [illegible] uintufariam, eius quintans *ADN*, quod erat, &c.

ADNOTA[illegible] IO PRIMA.

Neque in alijs sect[illegible] nibus imperatis imparium varium quicquam [illegible] occurret, tantùm pro ratione mul-

ne multipla longitudo lineæ *AF* venit limitanda, & pro hac damus hic canonis partem ampliandam G Iubeat, at vt innuimus subobscurè apparebunt puncta ob nimiam inclinationem, quod quidem impedimentum auferetur in sequenti opere per suum genus proximum expositurі.

Pro anguli plani trisectione per lineas rectas longitudo proportione.

AF ad *BD* fiet	vt	2.	ad	1.
In quintupla sectione	vt	7.	ad	1.
In septupla sectione	vt	5.	ad	2.
In noncupla sectione	vt	13.	ad	1.

& sic vlterius si placet per additionem proportionis sesquialteræ $\frac{3}{2}$ ad proximè sequentes impares, &c.

ex hisce agnouerint eiusmodi rei studiosi, quid accessurum ad libellum Vietęum, & ad notas Andersoni, ad sectiones angulares, inuentum planè ratiocinij acutissimi, sub inuolucris graduum, ac potestatum, indicare analogias, inter latera se se in multipla ratione excedentium angulorum, verum ipsorum triangulorum exhibere magnitudines non poterant, negotium purum est geometricum, & ab ipsa accuratè tantum expectandum.

ADNOTATIO SECVNDA.

VErum angularis sectio in propria sui natura esse circularis, & in suo genere exercenda, omnes cogun-

coguntur fateri, quæ verò alia methodo, siue per rectas, & circulares, siue per rectas lineas, vt proximè factum est, suas habent limitationes, aut si mauis imperfectiones; tantùm liberè, perfectè fieri queunt sectiones ex congeneo sibi arcu, quo igitur adhibito, feliciter per sectiones omnes pares, ac impares, effabiles, aut ineffabiles progredi, aut regredi licebit, ad hęc si respexissent veteres exequandi, ac explendi lacunam hanc ipsis tàm vastam vtique nobis haud reliquissent onus, at quod arduum videbatur, ingressi naturæ vestigia facillimum experitur.

PROBL. DECIMVMOCTAVVM

Angulum datum planum secare trifariam per circuli peripherias expedire sectiones omnes poteramus vno actu generali; at lubet incitati rei pulchritudine per non nullos excurrere, & vt ijs qui hoc fieri posse inficias iuere, directè opponamus factum scilicet pro heptagono, ac enneagono &c.

SIT itaque angulus BAC trisecandus, siue eidem congruus arcus BGC, ducatur BC, & circulo completo DBGC, in eo ponatur BG amplitudine semidiametri pars sexta BG, & semicirculi triens, deinde circa cordam BC perficiatur circulus alius BFCH, in quo sumatur quadrans BC, au[illegible] FC, deinde ex puncto C per G datum punctum in peripheria ducatur recta CGH, secabitur circulus BFCH in puncto H, ad quod si ex puncto quadrantis F deducatur linea FH, iterum secabitur

circu-

circulus prior *DBGC* nouo puncto in *I*. Dico abscissam portionem *BI* trientem esse portionis *BGC*, seu ad angulum in centro relatæ, angulus *BAI* (ducta *AI* non est) subtriplus fieri angulo dato *BAC*, quoniã igitur, vt demonstratum est inæqualium circulorum æquales anguli similes auferunt peripherias, & sunt in circulo similia triangula *BFK*, *CKH*, etenĩ anguli *CBF*, *CHF* eidem insistunt peripheriæ, & qui ad vertices K æquantur, quare reliqui *BFH*, *BCH* æquales, quia super eadem insistunt peripheria *BH*, & explent duos rectos, & vera quantitas anguli *BFH* est angulus *BDI* in sua peripheria *BI* designatus, quare similes in diuersis circulis fiunt *BG*, *BH* peripheriç, sicut *BH*, & *BI* inter se similes, hæc vt portio *BC*, siue anguli *BAC*, illa vt portio semicirculi sui *BHC*, angulus namque *BFH*, & si non pertingat ad alterius circuli arcum, quum æqualis sit ostensus alteri *BCH* pertingenti, duas facit similes *BH*, *BI* portiones, ergo quæ pars fuerit *BG* semicirculi *BGD*, eadem fiet *BI* pars suç portionis assumptæ *BC*, hoc est comparatione relata ad angulos in centro, angulus *BAG*, quç pars erit duorum rectorum, aut diuidendo, quæ pars *BG* erit relata ad *GD*, siue angulus *BAG* ad angulum

 GAD

GAD, eadem ratio erit anguli BAI ad angulum IAC sed erat angulus BAG triens duorum rectorum, ergo & angulus BAI triens totius anguli BAC, quare sectus erit arcus siue angulus trifariam, & quidem faciliter per planum, quod erat faciendum.

ADNOTATIO PRIMA.

NOn est tam propria [redacted] i sectionis effectio hæc quin pro omnibus demo [redacted] strari queat, quod infra facturi erimus vniuersaliter, [redacted] quia desumpsimus BG sextam circuli partem, & ide [redacted] licebit pro quinta, ac quin decima, quę hactenus Geo [redacted] etria suppeditare nouit, & ex demonstratis sequitur i [redacted] eadem ratione se habere GI ad DC, vt BI ad IC, seu [redacted] ad GD, nam vt totus arcus BC ad totum BCD arcu [redacted], ita ablatum BG ad ablatum BI, ergo & reliquus [redacted] C ad reliquum BI.

ADNOTATI [redacted] SECVNDA.

HActenus facultas mi [redacted] mè nouerat ad alia imparium loca, vt innui [redacted] s extendere effectiones, ars vero ex analysi Vietęa ind [redacted] a pulcherrimè quippe fuerat, at insufficiens, vt à gene [redacted] improprio ortum ducens, vt igitur aliquod, & facili [redacted] specimen ostenderet Author ingenuè pronunciau [redacted] t cap. 5 in responso ad Adrianum nō eadem facili [redacted] quà componūtur problemata posse resolui, neq; en [redacted] opus, quod geometricè cōponitur, per eadem Geom [redacted] icè resoluitur, scilicet.

„ Ad da-

am primam, & secundam construo seriem conti-
portionalium εἰς ἄπειρον, at non ideò ex data
, & quarta, vel sexta exhibeo geometricè se-
n.

atur circuli portio, cuius corda sit D, & ea quę
sit X, sint igitur in serie quatuor propor-
n X data prima, & D differentia, qua tri-
cundæ superat quartam, oporteat inuenire
n.

itus logista hàc inquirit arte, ponendo magni-
ignotam esse A, quare proportionales qua-
int

$$\overset{1}{X}.\quad \overset{2}{A}.\quad \overset{3}{\frac{AQ}{X}}\quad \overset{4}{\frac{AC}{XQ}}$$

& ex iis, quæ, po-
ntur triplum secundæ fit $A\,3$, multatum quarta,
quale D dato, vnde æqualitas hæc erit.

$$3A - \frac{AC}{XQ} = D$$

, quod homogeneum dicitur
parationis, & si omnia ducantur in XQ ad expur-
das fractiones, æquatio noua erit

$$XQ \text{ in } A3 - AC = XQ \text{ in } D$$

quia in opere diuisionis, seu multiplicationis vnitas
l immutat, erit $3A - AC = D$

vsque huc Analysta suum deducit ex arte epilogismū
dicans, quod ad eruendum latus A, necesse haberi, vt
cus siue angulus trifariā secetur, quod à nemine hacte-
nus

nus per prĩcipia germana facultati nouimus gestum, & tunc geometriæ occurrerant per aliquod mechanicum, & arithmeticæ, per industriosam diuisionem homogenei comparationis, addendo solida, verùm sua laude inuentio eiusmodi (antiquioribus ignota) fraudari non licet, sed ad accuratè quæsitum assequendum prorsus digrediens. Porrò in serie sex linearum continuè proportionalium si daretur prima, & recta æquali secundæ quintupla, plus sexta minus quintuplo quartæ ad exhibendam secundam, similiter pro secunda poneretur *A* ignotum, & fieret logistica series,

$$\overset{1}{X}.\quad \overset{2}{A}.\quad \overset{3}{\frac{AQ}{X}}\quad \overset{4}{\frac{AC}{XQ}}\quad \overset{5}{\frac{AQQ}{XC}}\quad \overset{6}{\frac{AQC}{XQQ}}$$

& æquatio ex iis, quæ proponuntur fieret,

$$5A - \frac{AC5}{XQ} + \frac{AQQ}{XC} = D$$ solido, & expurgatis fractionibus, omnia scilicet ducta in *XQQ* fieret *XQQ* in $A5 - XQ$ in $AC5 + AQC = XQQ$ in D solidũ, & quia vnitas nihil immutat sublata, noua erit æquatio $5N - 5C + 1QC = D$ solido. Sic vlterius si series fieret octo linearũ in continua analogia ex data prima, & recta qua secundæ septuplum, plus septuplo sextę superat quartam quater decies, vna cum octaua ad exhibendam secundam, esset series logistica.

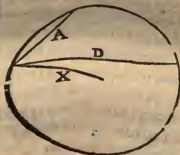
$$\frac{2}{}\ \ \frac{3}{}\ \ \frac{4}{}\ \ \frac{5}{}\ \ \frac{6}{}\ \ \frac{7}{}\ \ \frac{8}{}$$

. A. $\frac{AQ.}{X}$ $\frac{AC.}{XQ}$ $\frac{AQQ.}{XC}$ $\frac{AQC.}{XQQ}$ $\frac{ACC.}{XQC}$ $\frac{AQQC.}{XCC}$

ex ijs, quæ proponuntur æqualitas esset,

$$7A - \frac{AC}{XQ} + \frac{AQC\ 7}{XQQ} - \frac{AQQC}{XCC} \text{ æqualia D solido,}$$

si expurgentur à fractionibus æqualitas erit
CC in A 7 -- XQQ in AC 1 4. + XQ in AQC 7 --
QQC = XCC in D & vbique expuncta vnitate ordi-
ta æqualitas erit
7N -- 14 C + 7QC -- 1 QQC = D solido,
agnitudo exprimens ipsâ cordâ D, cuius IN latus sit
ptagoni, at in sua con-
ua serie latus figurarũ
parium, attamen illa
plicare nequit, sed sub
s algebricis inuolucris
licare, hæc induxerat
dem doctissimus au-
r, vt à faciliori osten-
et qua vsus fuerat me-
do ad explicationem
riani problematis, &
t prorogando præmis-
n thema, vt si proponeretur series quadraginta sex
earum proportionalium, & data harum prima & re-
æquali secundę multiplici per numerum 45.



minus

minus quarta multiplici per numerum	45
plus sexta multiplici per numerum	3795
minus octaua multiplici per numerum	95634
plus decima multiplici per numerum	1138500
minus duodecima multiplici per numerum	7811375
plus decima quarta multip. per numerũ	34512075
minus decima sexta multip. per numerũ	105306075
plus decima octaua multip. per numerũ	232676280
minus vicesima multip. per numerum	384942375
plus vicesima secũda multip. per numerũ	488494125
minus vicesima quarta mult. per numerũ	483841800
plus vicesima sexta multip. per numerũ	378658800
minus vicesima octaua mult. per numerũ	236030652
plus tricesima multiplici per numerum	117679100
minus tricesima secunda per numerum	46955700
plus tricesima quarta multip. per numerum	14945040
minus tricesima sexta multip. per numeruũ	3764565
plus tricesima octaua multip. per numerum	740259
minus quadracesima multip. per numerum	111150
plus quadracesima secunda per numerum	12300
minus quadracesima quarta per numerum	945
plus quadtacesima sexta	45

" *Inuenire secundam*

" *Vbi author subiungit*, Quid igitur quærit á Geometris Adrianus Romanus?

" *Datum angulum trifariam secare.*

" *Datum angulum quintusariam secare.*

Et quid ab Analystis?

" *Datum*

„ *Datum solidum sub latere, & dato coefficiente plano*
„ *adfectum multa cubi resoluere.*
„ *Datum quadratocubum adfectum adiunctione quidem*
„ *plano solidi, sub latere, & dato coefficiente planoplano,*
„ *multa verò plano solidi sub cubo, & dato coefficiente*
„ *plano resoluere.*

Quare quærenti Adriano licet siue in Geometri-is, siue in Arithmeticis satisfacere, *Adscito nempè eo* uod *ad supplementum Geometriæ inducendum fuit po-ulato*, hactenus eximius author, qui mira prius dex-ritate non ritè propositum emendauit, ac resolu-m euulgauit, nihilominus quum hæreret princi-o minimè facultate ipsa probato, deinceps accu-um penitus adesse cognoscent studiosi, exposi-i generalem formam anguli diuidendi in partes peratas, & impares, & ex consequenti me-is proportionales, quæ in serie Analogica sunt op-rtunæ.

ADNOTATIO TERTIA.

O Mnes quippe eruditi, qui de eiusmodi doctri-nis verba fecerunt, artem secandi angulos per ca *imparia* tàm difficilem censuere, vt nulla spes vllo concepta exoriretur, attamen, minimè à ore *desti* terant, quin Analysim Algebristarum *omouerent*, id quam maximè authores Brittan-ç in ope tam vasto præstitisse licet inspicere, at mquam pronunciat erat quispiam effectionis im-

L posi-

possibilitatem, vt etiam ex eadem insula author, (vt alios missos faciamus) in opusculo, cui Arithmetices clauis indiderat per sequentia verba testatus fuit.

„ *20 de angulorum, siue peripheriarum bisectione, trisectione, quintusectione pauca etiam ad analystices præstantiam, vsumq; admirandum ostendendum apponam. Geometricam quidem praxim adhuc inuentam non habent: sicut nec mesolabium inuentum est, &c.*

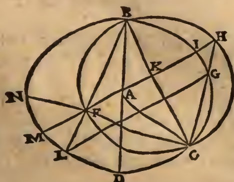
Alacres quippe Analystarum studiosi hactenus incedebant, quasi sibi primas deberentur, quia ex earum laboriosa artis cultura plurimi fructus excerpere viderentur, & geometria quodam exposita apparebat ludibrio, at ipsa tandem excitata accuratè, & facillimè suas adimplet lacunas. Pugnauit acerrimè aduersus eam magni sanè ingenij vir Kepplerus, qui pluries sectionem anguli trifariam negauerat, at quia cum eo paulo infra erit noua occasio velitandi, nihil modò responsi damus.

PROBL. DECIMVM NONVM

Angulum, siue Arcum quemlibet planum in data ratione secare.

SIT angulus *BAC* secandus ea ratione, vt se habet *BG* ad *BD*, duarum scilicet partium inter se duorum rectorum: compleatur circulus circa diametrum iunctę cordæ *BC*, sit *BHCF*, & in eo quadrans sumatur *BF*,

e per datum G punctum ex C agatur linea
habebitur in secundo circulo punctum H, ex
tur linea
iore cir-
punctum
effici im-
nimirum
ebit pars
ad reli-
veluti *BG*
ducantur.
tum duæ
CN, quę
unt, ex



cus, quibus sunt subtensę, etenim *BF*, *CF*
s sunt ex ipso opere, ideò anguli ad *B*, & *C*
mirecti, & quadrantes sunt etiam *BN*, *CL*,
cilicet peripheriæ ad angulos semirectos, &
s addita *LN*, æquales erunt *BNL*, *CLN*, ergo
sę *LB*, *CN* ęquantur, quæ extra centrum se-
d rectos angulos, quare ex prçostensis simi-
portiones *BGC*, *LMN* in eodem circulo sum-
diuersis, ducta scilicet *HFM*, ergo ea erit ratio
D, quæ *BH* ad *HC*, & eadem *BH* ad *HC*, quę
, ideo ex ęquali, vt *BG* ad *GD*, ita *BI* ad *IC*: se-
rit portiò arcus *BC* in *I* puncto in ratione da-
D, & relatæ ad angulos in centro, quę ratio
dati *BAG* ad *GAD*, eadem facta erit anguli
bis datæ, ad reliquum angulum *IAC* eiusdē

portionis, quod erat imperatum, & sequitur ita se habere *IG* ad *DC* vt supra ostendimus.

ADNOTATIO.

MAnifestum igitur relinquetur Pappi rescriptum, quod sectionem anguli plani vltra trasectionem, quam ad solidi genus pertinere voluerat, verum non esse, spectare scilicet ad lineare genus si proponeretur secari in ratione analogica; omnes omnino ex vno loco suam originem trahunt, nempè à genere primario planorum, & si me non lateat illud Poetæ.

„ *Nec veniam antiquis, sed honorem, ac præmia posci.*

veritati nihilominus tenemur magis, quam authoritati deferre, & quidem quos in facultatem defectus reiecerant, in cultores potius fuerant referendi, qui suas minimè curarunt experiri vires, & ne alicui scrupulum surrepat, quę hucusque sunt demōstrata ad águlos duobus rectis minores fuisse coarctata, generaliaq; non esse præcepta, scrupulus statim euanescet, si cuiusuis anguli dati plani per bisectionẽ quantitas reducatur ad minorem duobus rectis, & operatione peracta, per quoti duplicationem accurata pars resultabit, hæc ideò addidimus ne in scirpum nodo locus fieret.

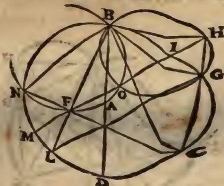
PRO-

[PRO]BLEMA VICESIMVM.

[Datis tribus] *angulis, seu arcubus, quartum in analogia re-*[perire.]

[...]gulis datis, arcus respondentes *BG*, *GD*, *BI* [...]
[...]orteat quartum assignare in proportione.
[...]ur circulus *BGCM*, in eoque sit *N* punctum
[...], & ductis *BN*, *BG* diametri sint se secan-
[...]orum in *O*, ex quo, & puncto *I* dato tran-
[...] linea, secabitur hoc casu rursus peripheria
[...] *F*; deinde
[...] *F* etiam da-
[...]am agatur
[...] hoc *C* pun-
[...] quæsitum,
[...] *BC*, *BH*,
[...]tri sunt ad *F*
[...]uli, si circa
[...]m *BC* scribe-
[...]culus, vtique
[...] per quatuor
[...]ncta, iuncta-
[...]d ue *CN*, *BL*
[...], *BF* erunt
[...] ideò *CN* per *F* transit, ducatur *LG*, & quia
angu-

angulus *LBC*, tàm *LGC*, quám *FBC* æquatur, vtpotè super eandem peripheriam insistentes, erunt *FHF*, *LGC* internus externo ęquales, ergo & *HM*, *GL* ęquidistātes, & *LM*, *GI* arcus æquales; & quia extra centrum se committunt in *F* ad æquales angulos *CN*, *BL*, erit partium inęqualium similitudo, nimirum *LM* ad *LN*, ita *BI* ad *BC*, & supra ostensum fuit *LN*, & *DC* fieri æquales ex cōmuni *LD* subductione ab æqualibus *DN*, *CL* quadrātibus, ideò erunt ęquales *BN*, *CL*, quocirca *HM* transiens per *F* secat in *O* peripheri, quod esse quadrantis punctum ostendetur; itaq; proportio erit *LM* ad *LN*, hoc est *IG*, ad *DC*, ob terminorum ęqualitatem: ergo vt IG ad DC ita *BI* ad *BC* similis simili in eodem circulo, & permutando, componendo, & per conuersionem rationis erit *BG* ad *BI*, vt *BD* ad *BC*, & iterum permutando, ac diuidendo fiet *BG* ad *GD*, ita *BI* ad *IC*. Quare trium datorum arcuum *BG*, *GD*, *BI* quartum repe-



analogia, ipſum ſcilicet BC, quod erat fa-

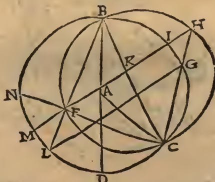
A D N O T A T I O.

in quadrilatero *BFCH* ad *F*, & *H* recti ductaque ſit HF ſecatur angulus BHG bi- adrantes BF, *CF* quibus ſemiſſes inſiſtunt, ılo BOGH duo arcus quadrantes fiunt BO, d diximus in propoſitione oſtenſuri.

. VICESIMVM PRIMVM

duorum arcuum, in eadem opus ſit ſecare ſe- pheriam, hoc eſt ſumma duorum rectorum, in anguli ad angulum diſpeſcere.

ſum erit præcedentis: ſit igitur ratio arcus IC, & ſecanda ſit in hac ratione ſemicircu- BGD: du- BC, circa ur circulus s quadrans atur *FI* pro- raque parte cundus cir- puncto, ad o puncto *C* *rurſus prio*r *abitur in G*,



& erit

& erit quod quæritur, fitque *BI* ad *IC*, vt *BG* ad *GD* quod quidem vt in proximè præmisso ostendi poterit, nec eadem rursus repetere oportet.

PROBL. VICESIVMSECVNDVM

Dato in peripheria semicirculi puncto, oporteat vltra citraq; illud alia duo signare, vt semicirculi partes se habent, ita portiones à communi extremo diametri terminatæ puncto remotiore, sint in eadem analogia.

IN peripheria semicirculi *BGD* datum sit *G* punctum, & in ea sint duo alia signanda vt (v. gratia) *I*, & *C* citra, & vltra G, vt ea sit ratio *BG* ad *GD*, quæ *BI* ad *IC*, sumatur *BN* circuli quadrans, iungantur cordæ *BN*, *BG*, circa quas duo eant circuli sese-cantes in *O* pūcto, deinde inter *O*, & *N* in peripheria sumatur pūctum ad libitum vt *F*, ex quo per idem *O* pūctum ducatur linea, quæ etiam dabit alia puncta *M*, *IH*, postea ex puncto *H*, si per *G* agatur *HGC*, erit absolutum quæsitum, nimirum duo puncta *I*, & *C* citra, & vltra

cum G signata erunt, & dico BI ad IC eandem rationem veluti BG ad GD. Agantur per F CFN se secabunt ad angulos rectos in F ex uli, quare BF, FC, necnon NF, FL erunt ales, & arcus BN, CL equales scilicet quaibus addita communis portio LN æquales L, CLN, quod etiam ex equalitate cordarum DN, CL equales sunt, quia quadrantes eius, à quibus si auferri intelligatur communis DL erunt relicte portiones CD, LN equales, LG vti est in 16 problemate ostensum, fiet ita in simili LM ad LN siue IG ad DC (nam fit LM, & LN ipsi DC) quare permutando, do, & per conuersionem fiet ratio BG ad BI BC, & iterum permutando BG ad BD, sic c diuidendo vt BG ad GD, ita BI ad IC, duo a inuenta sunt I, & C efficientia quæsitũ, &c.

ADNOTATIO PRIMA.

nus F punctum inter N, & O consisti oporte., nam si in N fuisset per O, pertingeret ad punpræcisè, si verò in O producta tangeret peri-BHGO, & alibi inutiliter ad quæ situm, adeò un e debeat in latitudine arcus NO suscipi F.

ADNOTATIO SECVNDA.

Contingere quidem posset, ex situ dati *G* puncti, & *F* assumpti, quod punctum *H* in semicirculo *BHG* excurreret, vt circulus *BGD* tangeretur à producta linea *HG*, ita vt præmissa constructio prorsus elusoria experiretur ad quæsitum exhibendum, igitur ad hoc declinandum, ducatur linea, siue corda *BG*, circa quam circulus eat *BHGO*, & inter *D*, & *G* (non quidem in ipsis præcisè punctis) sit punctum *C*, & ducta *CGH* in alio circulo *BOG* cadet, vt in puncto *H*, ex quo per datum punctum *O* acta linea, secabitur in *F* tertius circulus *BNFO*, & per punctum idẽ *F* conductæ lineæ *BFL*, *CFN* componentur ad angulos rectos ex punctis datis B, & *N*, quare similes fient portiones B*IC*, & *LMN*, æquales verò *LN*, & *DC*, vt æquales *LM*, *IG*, igitur fiet *IG* ad *DC*, vt B*I* ad B*C*, siue *BG* ad *GD*, reliqua vt supra abundè ostensa repetere non oporteat.

B N M L F A O I H G D C

BL. VICESIMVMTERT.

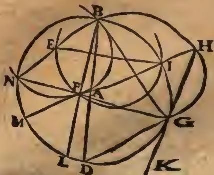
iue angulo inter eum, & semicirculi periphe-
a in analogia reperire.

nicirculi peripheria *BID*, & in ea data por-
cus (siue angulus) *BI*, & oporteat arcum
ui medio loco stet in analogia inter semicir-
oartem *BI*, quod erit inter duos rectos, &
gulum de-
nediũ. Per-
alus *BIDN*
ans sit *BN*,
E secta bi-
gatur *EI*,
circuli duo
tros *BG*, &
es in *F*, a-
FL, *GFN*.
um *G* esse
scilicet eam

em *BI* ad *BG*, vt *BG* ad *BD* semicirculi peri-
Circa ductã *BG* cordam circulus fiat *BHGF*,
FI, hæc porrecta ex vtraque parte erunt ad
puncta *M*, *H* data; deinde iungantur lineę
G, duo fient triangula BDG, BGH æquian-
n enim in circulo duæ lineæ BL, GN æqua-
t in centro ad rectos angulos secantes in *F*,

M 2 (iam

(iam quadrantes sunt *BN,ND*,& *GL*) similes euadunt portiones resciffę *BG,LN*,& ducta *IM*,portiones ex aduerso similes fiunt, hoc est eadem ratio fiet *LM* ad *LN*, vt *BI* ad BG, & quia æquales ostendimus GL, DN, vt erant quadrantes sublata portione DL comuni, remanent GD,LN pares, ergo vt LM,ad L*N*, hoc est ad *D*G, siue *I*G ad GD (nam si iungeretur linea LG æquidistaret lineæ IM quod ostensũ est supra) & æquales igitur fiunt IG, ML. Ideo vt BI ad BG, ita LM ad L*N*,idest IG ad GD, quare permutando vt BI ad *IG*, ita BG ad *GD*, & componendo,vt BI ad B*G*,ita B*G* ad BD. Igitur inter BI portionem, & BD semicirculũ media constituta est in analogia portio BG quod erat faciendum.



ADNOTATIO.

Ex eo quod inæqualium circulorum similes sint portiones *BH*, *BG* sequitur anguli eisdem insistentes fieri æquales *BGH*, *BDG*, & quia in semicirculis ad *G*, & *H* (ducta non est *BH*) sunt recti, etiam reliqui *GBH*, *GBD* æquantur, quare similia fiunt triangula *DBG BGH*, idcircò expeditior effectio erit si

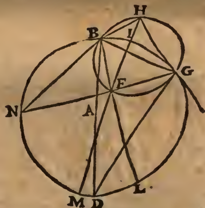
NL po-

in DG, & quum in alterno ſegmento an-
DG ſunt æquales, erit HG circulum tan-
G quæſitum punctum.

L· VICESIMVMQVART·

regulare Geometricè deſcribere.

nti proximè, & ſi allaturi erimus genera-
omnibus imparium laterum polygonis
, tamen lubet ſingularem hìc proponere,
lius elegantiam, & quia hanc praxim qui-
ceſſeramus amicis, puram, & hùc remiſi-
peris expectare firmitudinem.
ur circulus circa A centrum, & in eo ſextans
ione ſcilicet
tri, & circa
ius alius ſit
IGF, in quo
ans aptetur
de accipiatur
B F agatur li-
quæ proten-
ſecta erit da-
ia in I pun-
arcus IG ſi e-
ars, & BI
a totius circuli, hoc eſt ducta corda IG
fieri



fieri latus enneagoni quæsiti. Agatur HG contingens in G circulum, & per punctum F binæ educantur lineæ BL, GN erunt abscissi quadrantes BN, GL ex similitudine duorum GF, BF, iungantur deindè aliæ BH, DG, fient anguli BGH, BDG in portione coalterna à tangente æquales, & æquales sunt recti BHG, BGD, ergo & reliqui pares, ideò similia fiunt triangula, & arcus similes æqualibus, quę subsũt angulis, quare vt DG ad BG, ita HG ad HB, & in vno eodemque circulo, vt LN ad BG, ita GI ad IB, nam æquales sunt GD, & NL, quia quadrantibus GL, ND communis apposita est portio DL, & in circulo æquales NG, BL, secant ad angulos rectos extra centrum in F, quare NL, BG portiones euadunt similes, vt aliæ etiam interceptæ, ideò erit NL ad MN, ita BG ad GI, hoc est per inuersam rationem LN ad LM, vt BG ad BI, ergo erit vt LN, siue DG ad BG, ita LN ad ML, hoc est BG ad BI, quare componendo fiet vt BGD ad BG, ita BG ad BI, media igitur erit BG inter semicirculi peripheriam, & portionem BI, ergo BI erit tertia pars BG, sicut BG triens est BD semicirculi peripheriæ, & diuidendo GI fit dupla ipsius BI, vt DG dupla erat BG, etenim sestans assumpta fuit totius

circuli

ur *BI* nona pars cum sit semiperipheriæ,
empe *GI* nona fiet pars totius circuli, cu-
decima, ac octaua pars fieri consequenter
betur propositum.

ADNOTATIO.

igitur sua legitima constructione caruerat
agonus, quod non à multo tempore do-
trus Herigonius ad notas in tertium to-
nter negat in ipso tractatu, scilicet de mu-
bus, mihi fol. 340, 341, & quidem lice-
pro tunc ignotam fuisse effectionem, aut
am, verum quæcumque ignoramus valde
iues in ipsam reiicere disciplinam, vt vt mi-
emus perfectionem sensim, & longo post
leant vniuersa recipere suam. Igitur non
agoni, & omnium imparium polygono-
m Geometria habet, & faciliter exhibet,
os frustra sępe conemur in assequtione que-
a à vestigiis declinamus naturæ rerum, ve-
idem in Algebræ supplemento ad quæstio-
am propositionis 34. mihi pagina 53, vbi
alyseos hypotesi conatur septufariam se-
peripheriam, & in hanc incidens æquatio-
r.
A CC-- 7BQ in AQQ † 14BQQ in AQ
fallit) latus huius compositi Algebrici esse
i circulo inscriptibilis, cuius verba ibidem
In hac

„ *In hac æquatione linea radicis A est latus heptagoni in* „ *circulo inscripti, vnde liquet problema hoc non esse planũ,* „ *neque hanc æquationem reduci posse ad quadraticam,*

Sed hoc artificiosè compositum geometriæ nihil officit plura ope intellectus comminisci nouimus, quæ natura nõ profert, quis etenim vltra cubum dixerit concipi, & à parte rei haberi ex illis potestatibus, quę Analystę induxerant? si igitur a binomia radice ars confinxerat solidũ illud, quod ipsa postea nequit resoluere, cur petere á genere planorum, quod non composuit? latus deinde, & heptagoni, & in qualibet alia multitudine figura laterum imparium per sua propriè construit, & ostendit, quod in sequenti erit.

PROBL. VICESIMVM QVINT.

Polygonum regularem quotcumque laterum imparium Geometricè describere.

TAM generalis est detecta à nobis methodus, vt omnibus parium, siue imparium polygonis cõpetat, & ab vna eademq; scaturigine pendeant vniuersi, ponamus in exemplum heptagoni, ac vndecagoni descriptionem.

Primùm imperetur describi heptagonum, exponatur circulus quicumque, cuius sit K centrum, & acta diameter *AF*, ad amplitudinem circini arbitrariam (dummodo circunductus non superent designandæ

partes

niciculum) pro heptagono accipiantur par-
ꝛ semissis vnius, vt *AB*, *BC*, *CD* æquales, &
semissis, deindè connexa *AE*, quæ neque
iare diametrum, aut illud superare, vt dixi-
pletoque cir
eâdem *AE*,
er, notetur
drantis pun-
quo per pri-
s punctum
ea *LBG*, ha-
G punctum
o circulo: l-
ıcta alia EG,
irculus seca-
io puncto *H*.
cum *AH* esse



m partem suæ integræ peripheriæ, & ducta
H latus præcisè heptagoni inscripti. Etenim ex
strat is factæ sunt similes tres peripheriæ in-
s circulis se secantibus *AH*, *AG*, & *AG*, *AB*, &
eodemque circulo similes habentur, *AH* relata
, vt *AB* relata ad *AE*, at *AB* sit vt 2 ad *AE* 7,
& *AH* relata ad *AF* erit vt 2 ad 7, & duplato
quente erit *AH* 2 ad totam circuli peripheriam
arata, vt 1 ad 14, hoc est diuidendo *AH* septi-
et circuli totius pars, quæ circumlata, accuratè
ibit re gularem heptagonum. Ideò factum quod
tuit.

ADNOTATIO PRIMA.

SI circumferentia exposita, in qua formula constructionis est designata, sit propositi circuli ad inscribendum heptagonum, iam res confecta relinquitur, at si diuersus sit circulus, tum analoga erit suscipienda portio, quod per æquales in centro angulos nullo absoluetur negocio, sit illa pars αβ, & heptagonus totus αβγδζη, ductisque lineis, vt in schemate, factum erit αδ Isoscele triangulũ cuius ad basim angulorum vterque αδ, αιδ erit triplus, ad angulum verticis, quare vna est pars materialis constitutiua heptagonum, ab opposita sua peripheria limitata, vnde ante expletionem figuræ inquisita obtineri non poterat anguli determinatio, & quidem vel saltem hisce initiatus doctrinis negare audebit nemo diuersi ordinis esse figura, & angulus; figura sanè altioris est cum spatium claudat, & mensuret, quod angulus non facit, & quia in serie figurarum rectilinearum prima est triangulum, ideò propinquiorem alijs, ipsi angulo, quare cum dixerint authores inquirendum fore triangulum, optimè censuerant, at illud assequi non poterant,



to, quod integra figura, cuius ipse fuis-
reperiretur, Clauius scriptor admodum
l calcem libri quarti elementorum hæc

*uenta fuerit ars, qua isoscelia triangula con-
habentia angulos ad basim multiplices eorum,
tices sunt angulorum, quemadmodum Eucli-
es fabricauit, habens vtrumque angulorum ad
plum anguli ad verticem, facilè in circulo de-
tur figuræ omnes laterum imparium: & si arcus
liuidantur bifariam, inscriberentur quoque
igura parium laterum post quadratum, atque
rcumferentia cuiuslibet circuli in quotlibet æqua-
es Geometricè diuidetur, quæ res summam astro-
afferret vtilitatem; verum hæc ars adhuc ignota
, &c.*

c vsque Clauius cum pluribus, at ignoscat quæ-
abilis antiquitas, Euclides post inuentionem
li isoscelis, qui angulos super basim in dupla
ad verticalem haberet, ad effingendum pen-
m, non dixerat necessitatem pro alijs figuris
um laterum, vt haberentur eiusmodi triangu-
ecundum quandam analogiam authores dein-
nus post alium asseruere) etenim homogeneo-
fragante lege; scilicet oportere congenea com-
, quod in qualibet re ipsa docet natura, at phi-
hi symbola, & asymbola communicare neque-
hęc sanè contemplatio nobis viam aperuit, vt ad
ionem arcus haberemus recursum.

N 2 ADNO-

ADNOTATIO SECVNDA.

VNica, & Generalis naturæ methodus exposita est omnibus polygonis competens, & tàm facilis, vt amplius optari nequeat; igitur canonem hìc adnotare præstat, quò ad inquisitam figuram citò ducamur, cuius ordo sic se habet.

Prima omnium figura est Isopleurum pro quo erit in circumferentia expositi circuli sumenda pro amplitudine libera, dũmodo semicirculũ non attingat pars

$1 \frac{1}{2}$ pro quadrato; sumendæ erunt partes binæ;

$2 \frac{1}{2}$ pro pentagono

3 pro hexagono

$3 \frac{1}{2}$ pro heptagono

4 pro octagono

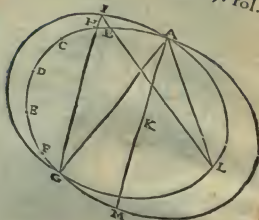
$4 \frac{1}{2}$ pro enneagono

5 pro decagono

$5 \frac{1}{2}$ pro vndecagono, & sic in infinitũ erit in reliquis progressus, vt pro numero ãgulorũ inquisitę figurę

tot

Ad 2. Adnot. Probl. 25. fol. 101.

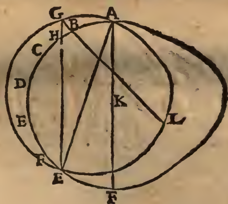


i peripheria ſumantur, vt pro
ſ, vt requirebat Adriani pro-
ntur (in tàm ampla peripheria,
ıetrum) 22 cum ſemiſſe vnius,
præciſionem, quam hactenus
modò facilè aſſequetur, & ſic
ampta, triangula iſoſcelia exur-
onis, habentia angulos ad baſim
la, quæ requiritur ad angulum
idis loco lubet vndecagonum de-

to circulo, cuius centrum K dia-
perturam arbitrio ſumptam (dū-
diametrum non attingat) accipi-

$5\frac{1}{2}$ pro numero angulorum.

in
&
E.
us
,
or
cir
ás
to
aſ.
tur
re.



cta arcum secabit secundi circuli in puncto *I*, ad quod ex *G* termino ducatur linea *GI*, & secabitur prior circulus in *H*, nouo puncto. Dico portionem resectam in dato circulo *AH* esse partem vndecuplam totius, & si in coæquali referatur, & lineæ agantur, erit expleta figura *ABCDEFGHIKL* vndecagona, & triangulum *AFG* ad basim angulos habere in ratione multipla ad angulum verticis, vt *S* ad *I*, & quia constructio est generalis, diuersa nõ erit effectio in omnibus alijs, demonstratioque iam ex alijs supra habetur eadem, nam similes sũt portiones ĩ circulis diuersis *AH*, *AI*, & pariter *AI*, *AB*, & in vno, eodẽque circulo similes fiunt

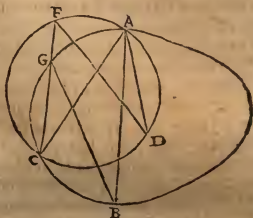


AH respectu semicirculi, vt *AB* respectu portionis *AG*, & ideò vt *AB* ad *AG* est 2. ad 11, sic *AH* ad *AF*, vt 2 ad 11; quare duplato consequente erit vt 2 ad 22, ità *AH* ad circulum integrum, scilicet in ratione sub vndecupla, quod erat faciendum.

ADNO-

[ADN]OTATIO TERTIA.

[...]n hac methodo regularium poly-
[...] inueniuntur latera, verum etiam
[...] inæqualium circulorum haben--



[...] G. Dico quod similes fiunt por-
[...] inęqualium circulorum, & facilè
[...]ctis BG, DA, erunt anguli ABG,
[...], quia eidem insistunt peripheriæ,
[...]i ADF, ACF æquantur; eadem ra-
[...]ales euadunt diuersorum circulo--
[...], ACF; Ideòque similes portiones
[...] & aliquota, vel aliquanta sit AG,
[...]culo fiet AF, quod fuit intentum.

ADNO-

ADNOTATIO QVARTA.

Nobilitas amplitudinis eiusmodi effectionis postulare videtur, vt in silentium non relinquamus quicquid de polygonis locorum imparium senserint authores, & ne catalogus texatur, vnum pro omnibus selegimus celeberrimum nempè Kepplerum, qui præ ceteris mordicus defenderat heptagoni descriptionem ex numero fuisse impossibilium, & adeò constanter opinionem hanc tenuerat, vt prorsus è genere scibilium auulserat, nempè consequenter suis confictis definitionibus, ac conceptionibus, ea protulisse ex proprij ingenij feracitate potius, quam rei naturam indagasset, & si alibi præcipuè, & ex proposito in volumine harmonices libro primo capitulis 45, & 46 patet studuerit, aptari magis suis Idæis, quam realitati naturæ, quare ad hanc deuenerat sententiam, quod heptagoni descriptio fuisset ex inscibilibus, quia non præcesserat effingendi possibilitas, ideò pro dignitate quæstionis requiritur hìc non nulla eius verba excribi, quæ locis citatis habentur mihi pag. 38.

„ *Concludimus igitur analyses istas cossicas alienas esse à*
„ *præsenti contemplatione, nec vllum constituere gradum*
„ *scientiæ, cum ijs comparabilem, quos explicauimus in*
„ *superioribus.*

„ *Illud autem sunt obiter monendi metaphysici, occa-*
„ *sione huius cossæ, considerent, si quid hinc transumere*
„ *possint ad illius axiomatis explicationem, cum non en-*
„ *tis, nullæ dicuntur esse conditiones, nullæ proprietates,*

nam

m versamur nos in entibus scientialibus, nciamus, quod latus septanguli sit ex non scientialibus, quum enim sit impossibilis escriptio, neque igitur sciri potest à mente scientiæ impossibilitatem præcedat ipsa de- ibilitas, neque à mente omniscia actu sim- quia sua natura ex inscibilibus est, & ta- n entis scientialis sunt aliquæ proprietates tanquam entia conditionalia, si enim esset describtum circulo, laterum eius proportio et adfectiones.

m author, qui insuper paulo antea fol. . L. C sequentia dictauerat.

lum vnquam regulare septãgulum à quoquam m est sciente, & volente, & ex proposito d bene fortuitò construi posset, & tamen igno- e est, sit nè constructum an non?

nulla sanè iste author obiecerat Analystis ote ad latera figurarum explicandum nihil er gradus scalares æqualitatem indicari, præcisè neque geometricè, neque per ap- onem arithmeticè exhiberi nequeant, at sequelam principiorum á se fabricatis, ne- heptagoni describi, & consimilium figura- n iuxta naturæ thesim susceperat, nam ex conceptis ad possibilitatem, vel impossibi- rei naturaliter, fallaciter est argumentatus, delusus deuenerat in minimè tolleranda ab- vt eiusmodi descriptiones etiam fuerint im-

O possibi-

possibiles menti omniscię actu, nedum humanæ, & tamen fortasse vno potuerant fuisse contextu dictata (quod ex propinquitate loci argui licet) concesserat quidem casui, aut sorti, quod omniscię subduxerat menti, at viri alioquin doctissimi, ac præclarissimi patiantur manes in rectam à diuerticulo semitam reduci, nos ordine scientiæ à rebus quidem recipimus scientias, & tunc ad veram rerum pertingimus naturam, cum earum causas agnoscimus, effectus vnde incepimus producere, non quando nostras confictas idæas assequimur non abludere ab hypotesibus. Descriptio heptagoni geometricum est opus, vt imparium omnium aliorum polygonorum, & tanquam à subalternante si ab ea accipiat aliquid musica subalternata arithmeticæ, potius quam Geometriæ nihil in reliquis turbari potest, quare inquisita à Kepplero in magnitudinibus, vt musicæ cum suis idęis inseruiret inter arcana geometriæ non penetrauit, descriptio heptagoni possibilis adest, & tàm parabilis, vt mirum sit á nemine fuisse detecta, cæterum ingenium feracissimum Keppleri plurimi semper faciendum censuimus, & quippè ad mixtionem rerum naturalium cum mathesi valdè fuerat propensum, & amplius quam ad rigorem mathematum tolerandum, ideò aliquando meretur, vt cum censura admittantur quædam eius asserta.

PRO.

BL. VICESIMVMSEXT.

era delineatio Analysis fortaße oportuna.

lus, cuius A centrum, BC diameter, & in C atur CE perpendicularis, eritque contin- um; ex altero verò extremo B diametri sit BD latus vnum trianguli æquilateri, quod n occurret ipsi CE, sit in puncto E (necessitas euidentior fit, quàm vt probari sit opus) dein- cetur æqualiter in F, ex quo puncto erigatur



eidem normalis F- G, secabitur circuli peripheria in G pũ- cto, quo aio fieri quęsitum, scilicet iũ cta CG, fieri corda dupli arcus hepta- goni, adeò vt diuisa peripheria CG bifa- riã in K, erit CK ar- cus subseptuplus to ticuli, seu ducta corda CK latus vnum quęsiti he- oni: si igitur initio facto à puncto C septies circun- atur amplitudo ipsius CG, vt GH, HI, IK, KL, LM, , in secunda circulatione regredietur ad idem C nctum, & quia ex æqualibus subtensis, etiam an-

guli, quos sustinent esse æquales manifestum est, quare peripheria, quę deberur angulo GCM, hoc est angulo

ad C, comprehensa est	duabus rectis	GH, LM	dempto arcu HL
ad I,	duabus	HG, KL	arcu LG
ad M,	duabus	LK, CG	arcu GK
ad H,	duabus	GC, IK	arcu KC
ad L,	duabus	KI, MC	arcu CI
ad G,	duabus	CM, HI	arcu IM
ad K,	duabus	IH, LM	arcu MK,

& quia omnes arcus sublati per suas portiones HL, LG, GK, KC, CI, IM, MH vnam restituunt pręcise circulationem, ergo & reliqui simul LG, HM: LH, GK: GL, KC: GK, CI: KC, IM: CI, MH: IM, HL alteram conficiunt circulationem accuratè, quod fieri non posset nisi ad idem punctum, à quo sumpsissent circulandi initium, perfectè regrederetur, quare Polygonus erit ordinatus heptagonus, quod inquisitum fuerat.

ADNOTATIO PRIMA.

APparet igitur Geometras pro constructione heptagoni latus habuisse paratum, quod oppositum Analystis contigit, qui sanè quæsitum tanquam concessum supponunt, sub ignota magnitudine IN, deindè ex nota circuli semidiametro, vt prima, & IN, vt secunda seriem instituunt octo proportionalium sub gradibus parodicis ad potestatem, cuius exempla

empla adduximus ſupra ad 18 Problema, in adnotatione 3, & facta operatione nobis exhibent hanc adfectam magnitudinem ſolidam

$$7\,N - 14\,C + 7\,QC - 1\,QQC$$

vt ex ea eruatur latus, ſiuè *IN* pro ipſo heptagoni latere, & ſecundum analyſeos præcepta optimè concludunt, ſed rem ad ſuum non deducunt ſcopum, etenim geometricè ex illo artificio nondum conſtitit haberi, ſed tantum latitaſſe quæſitum, nec ſuffragio arithmetico ad accuratum eſt deuenire, erat ideò negocium geometris commendandum, & à ſuis fontibus præcisè deducendum; præterea Analyſtę incidunt inter amphibola, cum pro multitudine adfectionis, etiam tot latera poſſe explicari, vt in ſuperiori erunt quatuor, continuatio poſtea pro ſeriè linearum proportionalium, & ſi per ſigna parodica *N. Q, C* &c. videatur aſcenſus, re vera eſt deſcenſus indicatus iiſdemmet ſignis, vt periti optimè norunt.

ADNOTATIO SECVNDA.

At quotieſcumque magnitudo ſecundo loco poſita in ſerie proportionalium ſub *IN* ignoto latere excedit primam, tunc ſequentes augeri eſt ordinatum, verum caſu vtroque gradus parodici indicent ſuum cuiuſcumque locum, at de his alias, quod ſanè in præmiſſo problemate erit non iniucundum, illud nempè abſolui liceat vſque ad inuentionem lateris heptagoni, nulla circini facta variatione, vt quiuis ex

falcem

saltem initiatis cōmodè aduertere, ac experiri poterit. Igitur inuento G puncto, & ducta GB per bisectionem, aut arcus CG, aut anguli CBG habetur per BD lineam ipsa CD septima circuli pars, quæ septies circumducta heptagonus explebitur accuratissimè: agantur lineæ CG, CH, CI, CK, CL, quæ cum tangente EF constituent numero angulos septem ECD, DCG, GCH, HCI, ICK, KCL, LCF, omnes quidem æquales, sunt namque ad contingentem EF cum secantibus anguli ECD, CBD, nec non FCL, LBC in coalternis portionibus æquales, & reliqui circumstantes similiter ob subsentas omnes pares fiunt, sed si libeat faciamus periculum in numeris, etiamsi ad geometricam præcisionem attingere nequeant sinuum tabulæ, vt constat ob numeros irrationales, sit itaque arcus septimæ partis

CD, 51. 25. 42 $\frac{6}{7}$ eiusuè corda 86776

CG, 102. 51. 25 $\frac{5}{7}$ eiusuè corda 156364

BD, 128. 34. 17 $\frac{1}{7}$ eiusuè corda 180194

omnia ad radium 100000, nec ampliore indigemus, & ponamus inquirendum arcum, cui subtendit corda BG, igitur in quadrilatero CDGB duo diametri inter se ducti constituent (ex lemmate Ptolemaico, à plu-

ribus

ribus euulgatum) rectangulum æquale ei, quod sub lateribus *BC*, & *DG* fiet rectangulo, vna cum reliquo sub *CD*, & *BG* simul sumptis, at rectangulum sub diametris *DB*, *CG* est 28175854616
& factum sub *BC*,*DC* notis est 17355200000

Igitur reliquũ ęquatur ei sub *CD*, *BG* 10820654616
& adplicatum ipsi *DC* 86776 exiet in quoto 124696

pro corda BG, cuius ĩquirimus arcũ, & reperitur 77° - 8' - 33''
deberi partes, at ipsi *CG* congruę fuerant partes 102.51-25 $\frac{5}{7}$

vt simul à duobus rectis deficiant vno 179.59-59 tantum secundorum minutum, ob ineuitabilem tabularum defectum.

ADNOTATIO TERTIA.

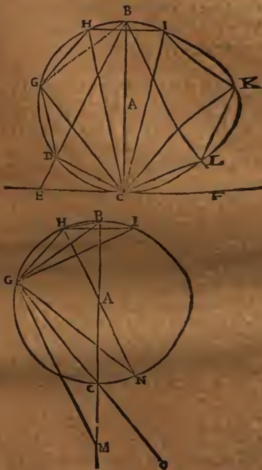
Heptagoni indicati latus ab analystis sub suis gryphis, nos vero exhibuimus, & quia per duplicem circulationem magnitudo *CG* redit ad idem punctum, à quo sumpsit exordium, vt autem afferatur circulus, cuius fiat *CG* septima pars simplex, nullo negocio assequetur, si ad amplitudinem semidiametri *BD* scribatur, erit illud quęsitum efficiens, nam vt *DC* ad *CG*, sic se habet *AB* ad *BD*, & si intelligatur

acta

acta AD sũt duo triãgula CDG, BAD Isoscelia, & similia.

Porrò vt duplici circumuolutatione CG septies, sic BG triplici, per quater, & decies complentur circuli, etenim CG $102^{\circ}.\ 51'.\ 25''\ \frac{5}{7}$ septies ducta efficit 720. partes, Ita BG $77.\ 8.\ 34\ \frac{2}{7}$ quater decies ducta cumulat partes 1080; nempe tres circulos, oporteat exhibere circulum, in quo BG quater decies sumpta illum expleat accuratè, replicetur: datus circulus (ad vitandam linearum confusionem), & in eo ponantur, vt prius puncta G, H, I, & agantur GH, GB, GI, & ad angulos rectos super HG ipsa GN, vt super GI. ipsa GM, quę cum diametro educta conueniant in puncto M. Dico si fiat circulus ex semidiametro BM, illum esse quęsitum, & in eo pręcisè BG quater, & decies comprehendi, quod sic ostendi poterit, cum enim anguli HGB, BGI sint ęquales, nec non HGB, HCB, quia super æquales, aut eandem sint peripheriam, anguli vero BGC, HGN in semicirculis recti, vt MGI, rectus ex fabrica, & præterea anguli GHC, GBC æquales, erunt triangula HGC, BGM æquiangula: recto enim HGN additus est HGC, angulus æqualis HGB, qui recto CGB appositus, erunt facti ex recto, & æquali HGC, BGM duo æquales anguli, & æquales ostendimus GHC, GBC, quare

quare in dictis triangulis *GHC*, & *GBM* reliqui anguli ad complementum duorum rectorum *GCH*, *GMB* æquales fiunt, & ideò similia sunt triangula, & erit *GH* ad *HC*, ita *GB* ad *BM*, sed *GH* pro duabus circulationibus diametrum vnius habuit *GN*, & *GB* pro tribus assumit *BM*, seu mauis *GO* coęqualem in angulo recto *OGB*, vt erat *NGH*, & totum hoc opus breuiter excusabitur, si fiat, vt *HG* ad *HC*, ita *GB* ad *GO*, seu *BM*, circulos postea illos non describimus, quum à quolibet possint exhiberi, quare factum erit, quod volebamus.



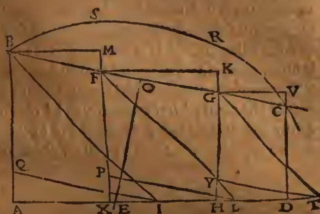
PROBL. VICESIMVMSEPT.

Medias quotcumq; lineas inter extremas in vna ratione inſerere datas, ſeu rationem quamcumq; datam æqualiter in partes ſecare imperatas.

Sint datæ *AB*, *CD* extremæ, quæ in earundem diſtantia alternè ſumpta ponantur ſuper iacentem *AB* lineam ad rectos angulos, & copulentur *BC* puncta, per lineam biſectam in *O*, ex quo puncto eleuetur perpendicularis occurrens *AD* in puncto *E*, quod erit punctum quadrantis circuli euntis circa *BC*, ex quo portio peripheriæ ſcripta ſuper *BC*, erit arcus ſectus à linea *BC*, & deinde diuiſo arcu pro numero mediarum ſuplè pro duabus medijs trifariam, pro tribus quadrifariam, & ita pro ſubſequentibus eodem ordine, & à punctis diuiſionum in caſu duarum mediarum duobus, demittãtur perpendiculares, quæ ſeſecabunt cum *BC*, ſit in *FG*. Aio quod portiones *FX*, *GH* ſunt inquiſitæ mediæ, & ratio continua quatuor *AB*, *XF*, *HG*, *DC* inuenta haberi, quod ita oſtendetur. Ponatur *AI* æqualis *XF*, & *XL* æqualis *HG*, vt adhuc *HT* æqualis *DC*, & aliæ quantum fuerit opus, poſtea iungantur *BI*, *FL*, *GT*, à punctis verò *I*, *L*, *T* agantur *IQ*, *LP*, *TY* æquidiſtantes lineæ *BC*, & erunt inter ſe: & ſimiliter à punctis *B*, *F*, *G* ipſi *AD* aliæ fiant æquidiſtantes *BM*, *IK*, *GV*, quę erunt & inter ſe, at quia in parallelas *BM*, *AI* incidens linea *BI* angulos efficit coalternos æquales

MBI

, BIA, veluti eadem BI in parallelas BF, QI inci- ... alios coalternos æquales FBI, QIB, & sunt isti il- ... portiones, quæ sublatæ relinquunt æquales ..., QIA ... los, & ... cęte- ... confe-- ... tes, prę- ... a in pa- ... lelas AB, ..., HG, ... incidés ... facit an- ... ulos ABF, ... FG, HG- ... æqua--



es, à quibus sublati ęquales FBI, GFL, CGT erunt residui ABI, XFL, HGT ęquales in rectangulis triangulis, ergo & reliqui, quare ęquiangula sunt triangula BAI, FXL, GHT, &c. Ideo homologa in ratione erunt latera, hoc est AB ad AI, vt XF ad XI, sed AI, XF vna, & eadem linea sunt, ergo tres AB, XF, XI, seu GH proportionales, & duabus postremis XF, HG relicta prima sunt in ratione, vt XL ad HT, quare & HG, XL sunt eadem linea, & erunt in analogia tres aliæ XF, HG, CD, in qua fuerat AB ad XF, ergo assumpta rursus AB, quatuor erunt in proportione AB, XF, HG, DC continuę, quod effici imperatum fuerat.

ADNO-

ADNOTATIO PRIMA.

QVod dicimus de duabus erit idem pro tribus, quatuor, & alijs itaque negocium deuoluitur ad diuisionem anguli siue arcus, & siquidem proponatur angulus determinatus secandus, nulla habita ratione ad medias proportionales prӕter ea, quӕ supra ostensa sunt, eius dati anguli semissis constituatur in linea *OE*, complementum scilicet ad rectum ponendo ad *C*, vt *OCI*, sit complementum *OIC* ad rectum, vt totus angulus fiat *CIB* datus, factoque in *I* centro, delineabitur comprehensa anguli portio inter *BC* deinceps secanda in partes imperatas, & apparet, quod cẽtra portionũ arcuum, siue angulorũ infra iacentem lineam & supra, semper tamen in datam positionem rectam *OE* occurrere contingũt, in *AD* tantum in angulo recto, quo casu obtinebimus inter extrema pcoportionales, & tunc non tantum pro-

proportio erit *AB* ad *ED*, vt *AE* ad *CD*, sed æqualitas permutata inter iacentem lineam, atque extremarum aggregatum, vt in constructione fuerat indicatum, quumque ex alio, & alio centro scriberentur portiones, semper noua trilectio succedet pro mutatione angulorum, centra denique infra aut supra *AD* indicant adgregatum extremarum maius, aut minus ipsa iacente linea, & in ipsa quadrantis punctum, vt constat, quare & proportionales, & anguli sectionum exhibentur ex prædictis.

ADNOTATIO SECVNDA.

VT igitur in problemate assertum euidentius se ostendat ex *A* pūcto agatur *AN* æquidistans *BC*, & continuatæ GH, LM, CD super ipsā cadunt in punctis V, *X*, N, constat quod omnes erunt ipsi AB æquales, & v-



na ratio conuersa inter partes *GH*, *LM*, *CD* erit cum adiunctis *DN*, *MX*, *HV*, porrò super eandem *AN* ex prædictis punctis eleuentur normales *AP*, *VR*, *XZ*, *NT* prioribus ęquales, iunctaque *PT* indubium est per extrema trásire mediarum, vtque in *BC* erat *OIε* ad angulos rectos, similiter ex dimidia *PT* in puncto *b* altera erecta, in eaq; eligatur punctum analogicum *a*, ex quo describatur arcus *PST*, qui similis fiet arcui *BFC*,



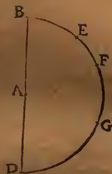
illud verò punctum *a* assequetur si dicatur *BC* ad *PT*, ita OI ad aliud, siue Oε ad aliud, & fient *a*, *c* congrua punctis Iε, non enim æquales erunt cordæ BC, PT; ob AD, ac AN impares, sed nulla turbatio occurret in effectione, quia nititur similitudine; duo postea

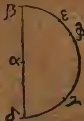
DAN

DAN, PAQ anguli æquales sunt, vt rectorum residui, & sunt illimet adhibiti in ordinatione demõstrationis, qui ad reliquos terminos intelligi queunt extensi, quare tam F,K per HG,ML, quam per VR, XZ habebuntur S, Y puncta, & constat diuisio esse in partes vtrobique pares.

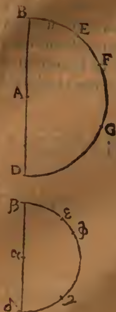
PROBL. VICESIMVM OCT.

Portiones inæqualium circulorum dissimiles in eadem secare analogia.





FOrtassè videbitur effectio huius cum problemate 19 coincidere, at aliter proponi non iniucundum supponimus, neq; inutile, si enim propositus angulus, siuè arcus secandus ponatur βγ, vt in aliqua fiat analogia, nempè vt se habet *BE* ad *EG* perficiam semicirculum *BGD*, hunc vero oportet secare, ex præmissis in *F*, adeò vt fiat *BF*, ad *FD*, vt *DE* ad *EG*, deindè expleto semicirculo altero βγδ, eius peripheria iterum secanda erit, ea ratione in φ, vt semicirculus prior secuimus in *F*, quod facillimũ erit per æqua-



litatem angulorum in centro, deindè vt se habet $\beta\varphi$ ad $\varphi\delta$, ita se habeat $\beta\iota$ ad $\iota\gamma$, ex ijs pariter, quę supra ostẽsis. Nã ex æqualitate, siue ex communi animi conceptione, quę eidem ratione cõueniunt, esse inter se ęquales, ipsa dicta ratio, erat namque vt *BE* ad *EG*, sic *BF* ad *FD*, & vt *BF* ad *FD*, ita $\beta\varphi$ ad $\varphi\delta$, & iterum $\beta\varphi$ ad $\varphi\delta$ se habet, vt $\beta\iota$ ad $\varepsilon\gamma$, ex æquo igitur sequitur esse $\beta\varepsilon$ ad $\varepsilon\gamma$, vt *BE* ad *EG*, quod erat faciendum, quæ relata ab arcubus ad angulos, erunt & anguli in eadem ratione, vti proponebatur.

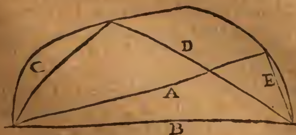
PROBL. VICESIMVM NONVM.

Angulum planum per artem analyticam secare trifariam.

Ex opere geometrico adhibitis rectis tantum lineis, deinde per semicirculi peripheriam, & diametrum eductam, postremò per arcus circuli, vt per genus proximius supra, illud idem absoluimus, & demonstrauimus, at quia indicauimus quo vsque Analystæ suo artificio progredi queant, sciendum est, quod

si pro

si pro angulo ita trifariam secando, proponantur trianguli rectanguli omnia numero latera, etiam quātitatem numericam laterum secundi trianguli licebit Analystæ afferre, adeò vt angulus secundi triens fiat anguli assūpti in primo triangulo, hoc est si nota dentur rectanguli trianguli omnia latera, vt B hypotenusa sit



1 [illegible] 5 7 6 Perpendiculum verò, sit D
1 [illegible] 2 8 0 Et basis, vt latus reliquo C
[illegible] 6 2 4 Omnia sic BDC trianguli latera, ex doctrina sectionum angularium, & assumendo systaticum problema ab Andersono operi Vietæo de recognitione, & emēdatione in fine subnexū, vt angulus sub B, & C trisecetur, & fiat angulus sub B, & A triens prioris, constituetur secundū triangulū BAE, & res ad hanc deuoluetur æquationē, vt cubus sub dupla base secundi trianguli, multatus solido sub quadrato hypothenusæ in eādem secundi basim, æquetur solido sub quadrato hypothenusæ in duplum trianguli primi basim, quæ quidē æqualitas sub speciebus, vt inuenta est sic proponitur

2 A C — BQ 3 in A = BQ in C 2,

& vulgo ex numeris datis ita exprimitur

1 C -- 9 2 6 7 4 7 3 2 8 N = 4 0 9 2 5 1 6 2 0 0 4 8 8 & nisi
Q

& nisi darentur primi trianguli *BDC* latera, & communis fieret hypothenusa *B* ad inuentionem per numeros, ars non procederet, verum geometricum non turbat, cui relinquit operi, vt linearum A, & E magnitudines limitentur, at quia cubus adfici potest tùm à latere, tùm à quadrato pro vtroq; casu exempla afferimus, & in hoc priore adfectio est sub latere, & quia cubus adfectionis negatè multitudinem excedit extractio lateris, seu 1*N* directè fieri licet, ordinetur igitur, vt potestas solitaria ex vna parte maneat, & quod negatum est sub latere in aliam adfirmatè transeat,

1C = 40925162004448 † 926747328, *N*

Latus seu 1 N	✠92 40	674 925	732 162	8 004	48	
3	278 27	024	198	4		
27 9	9 48	267 949	473 360	28 404	48	
	18	534	946	56		

6 7 4 8 4 3 0 6 9 6 4 4 8

Latus 2	54 3	6 8				
	57	68				
	9	926 804	747 306	328 964	48	

32	3	7 06	989	312)	
1024	13	5 11	296	276	48
3072 96 4.	12	288 153	) 6) 64)		
	12	442	24		
	1	92 069	674 056	738 276	8 48)
324 324		370	698	931	) 2)
1 04976	1	439	755	207)	68
2 14928 272 4.	1	259 1	712 555	)) 2) 64)	
	1	261	267	84	
3244 3244		9 178	267 487	473 367	8 68)
10523536		74	139	786	24)
31570608		252	627	153	92
9732 Latus. 8.		252	564 62	864 284 5	) 8) 12)
32448.		252	627	153	92

Q 2 Latus

Latus inuentum 31448 eſt *A* duplum, quare ſimplum *A* quæſitũ fiet 16224, & *E* reſiduũ à quadrato ipſius *B* hypothenuſę erit 676, & trianguli ſecundi *BAE* duo latera *BA* comprehendunt trientem anguli propoſiti ſub lineis numero datis *BC*, ideò factum quod oportuit.

EXEMPLVM SECVNDVM.

Contingit aliquando ob negationis vitium, quod non tantum adficiatur poteſtas, at ipſa adficiat ſolidum, ex inde oritur ambiguitas lateris, quam vt caueat Analyſta congruum adhibit remedium, & in hoc caſu per πρῶτον ἔσχατον, vt ipſe inuentor docuit in opere de recognitione, ac emendatione æquationum, quo artificio latus negatum in adfirmatum tranſit quadratum, & homogenum comparationis in ſuum quadratum eleuatur, eductum deindè latu[illegible]applicandum venit propoſitum ſolidum. ad parabolæ ſemiſſis, quæſita fiat ſecundi trianguli baſis. Proponatur igitur

1 C − 1 4480427 N = 7993 1 95704

vt lateris ambiguitas declinetur, ſic iterum proponendũ

1 C + 14480427 = 63891177562444055616

& quia adfectio eſt ſub quadrato magis operoſa fit effectio ob plana expletionum, & erit vt ſequitur.

+	14 63	480 891	427 177	562	444	055	616
Latus. 1.	1 14	480	) 427	lat. pri.	cubus pri in quadr.	mi lateris adfect.	)) aufer.)
plan.exple-	tionis. 2 48	896 144 410	085 804 750	4, à co- 27 562	efficiente coefficiēs reliquum	in dupl. la lōgitudo resoluen-	teris pr. li
9	2 2 11 26	7 43 729 729 064	145 768	))) 87) 6)	tripl. q.pr tripl.latus cubus à à q.lateris a latere 2.	lateris in prim.in q. latere se- secū.in co in plan ex	secundū secundi cundo efficiētem pletionis
	43	652	914	47	subtrah. a	resoluen-	do
	4	550 1 757	256 448 836	226 042 092	7 444)	055	616
7	3	758 27 851 70	1 93 343 793 954	582 092	)))) 3))		
	4	709	120	674	3		
0.		5 48	705 715	288 144 418	238 804 144	0 27 055	616

		8	149	890	0	)	
			2	895	90	)	
7					343	)	
		39	937	017	666	0)	
			7	095	409	23)	
						)	
		48	096	899	318	23)	
			57	073	154	977	80
				1	448	042	7
0.			618	518	825	825	16
						.	.
			104	858	779	230	0)
					478	880	10)
							729)
			513	658	394	800	20)
				1	172	914	587)

Latus integrum

1970709 ⊏ 6 185188258256 1 6

collecta omnium subtrahendorum summa æqualis reliquo resoluendo, quare erutum adfecti cubi sub quadrato latus fit 1970709, quod adplicatum proposito solido

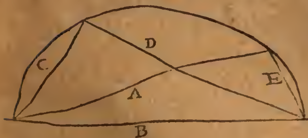
$\frac{7993195704}{1970709}$ erit quotus, seu parabola

4056 cuius semissis

2028 erit simplum *A* quæsitum pro base secundi triangu-

845 li, & perpendiculum eiusdem *E*, vt differentia quadratorum *B*, *A*, ex quo in hoc secundo exemplo ponatur *B*

Hypo-



Hypothenusa 2197
D perpẽdiculũ 2035
& C basis 828
atque incidens in æquatione, vt in priore exẽplo, $A 2 C - B$

$Q 3$ in $A = B Q$ in $C 2$, cubus etiam adfici potest adfectione duplici, vt duo sunt scalares gradus, at simul adfectio eiusmodi nihil ad trisectionem anguli in triangulo conferre potest, constat itaque quo vsque analyticam pertingat opus, nec quicquam quod geometricum sit conturbat, eidem relinquens suum illibatum munus, & quia quos vidimus authores pro trisectione anguli, ac duarum mediarum inter totidem extremas, agnoscunt assumptum suffragium haud esse geometricum culpandi non veniunt, at Ioannes Moltherus in quodam libello de duplicatione cubi edito Francfurti 1619, ac Principi Mauritio nuncupato plura pollicebatur, vt geometricè illa eadem, & alia supplere, at demum cum Vietæo coincidit postulato, & mirum, quippe quàm lepidè illud dissimulet, ait namque in historica narratione de duplicatione cubi mihi fol. 26.

„ *Subtilissimus Vieta nihil quod censuram sustineret venatus est; Clauius in Geometria practica aliquot antiquorum geometrarum producit mechanemata: Verè, ac geometricè duas medias proportionales ad eam vsque diem inuen-*

" *inventas disertè negat, &c.* & paulo infra nēpe fo. 27.
" *hoc posterius (nempe mediarum duarum) nullatenus*
" *nec ab illis, nec à recentioribus geometricè potuit obiri.*
" *At nos rem istam exploratæ per plurima sæcula difficulta-*
" *tis, in qua mortalium ingeniosissimi hæsitarunt, ita ex-*
" *peditam, facilem, obuiam, parabilem, promptamque*
" *dudum animaduertimus, vt quia hasce postulati legitimi*
" *conditiones obtinet, Postulatus sit proxima, meritòque*
" *annumeranda, adeò vt nequaquam ceu problema conten-*
" *tiosum anxiam constructionem, ac demonstrationem re-*
" *quirat, sed tanquam principium per se manifestum, seù*
" *contenta sit explicatione, qua adhibita à quolibet capi, &*
" *assensum mereri possit, & hisce præmissis initio operis ait.*
" *Postuletur, duabus lineis, punctoque in eodem plano*
" *situ datis, vt è puncto isto linea recta applicetur, cuius*
" *portio à lineis illis intersecta alteri rectæ longitudine da-*
" *tæ sit æqualis.*

Quid igitur Author iste hisce ampullatis verbis inędificet non video, nisi quod dum Vietæum repellit postulatum, quod facit suum, suamet suo iudicio condemnat, vt à geometriæ numero aliena, interim cum cæteris, & plusquam aliis reijciendus author iste, & vt cum Vieta clarissimo cepimus cū eodem claudatur, at si geometriæ aliquid hactenus detractum æqui Censores nouerint pro eorum ingenuitate speramus vnicuique suum restitui pronuntiaturi oportere.

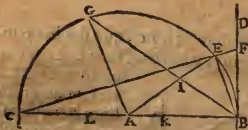
PRO-

PROBLEMA TRICESIMVM

Arcus pentagoni congruus habetur determinatus ante Isoscelis trianguli conditionarij constructionem, scilicet in quo angulus vteruis ad basim est ad reliquum verticis in ratione dupla.

SIT circulus, cuius diameter *BC*, quæ duobus punctis secetur æqualiter trifariam, vt in *L*, k, & vna partium sit *B K*, hæc ponatur in linea *BD*, quæ tãgat in *B* circulũ, & *BF* æqualis ipsi *BK*, deinde ex reliquo extremo diametri *C* agatur *CF*, hæc secabit peripheriam in *E* puncto, iungatur *AE*, postea angulo *BAE*, *ABI* angulus construatur æqualis, & porrecta *BI* dabit in peripheria punctum *G*. Dico quod arcus *CG* sit totius circuli quintans. Iungantur *AG*, *BE*, quoniam duo anguli ad *A*, & *B* in triangulo *ABI* æquales facti sunt supra basim, isosceles fit triangulum, & alter angulorum est in peripheria, alter verò in centro circuli, sequitur ex conuersa propositione 20 libri, 3 arcus oppositi esse in ratione dupla, sed tàm *CAG* angulus, quàm *AIG* angulus, dupli sunt anguli *ABI*, nam

rum alter eſt in centro, alter verò externus in iſoſcele, ergo æquales ſunt anguli *CAG*, *AIG*, qui detracti è duobus rectis, relinquentur *BAG*, *BIA* æquales, & ideò iſoſcelia, & ſimilia ſunt eadem triangula, & ſi quidem ab æqualibus *BAG*, *BIA* angulis æquales anguli *BAI*, *BGA* ſubtrahi concipiantur, relinquentur ęquales *GAI*, *GIA* anguli ſupra baſim *AI*, & fiet iſoſceles triangulum *AGI*, ergo *GAI* æquabitur angulo *CAG*, quare peripheria *CGE* ſecta erit bifariam in *G* puncto, & angulus *BAE* ſubduplus tùm *CAG*, tùm *GAE* angulis, ſemicirculi igitur peripheria in quinque portiones diſtributa erit, quarum vna *BE*, & eius dupla *CG*, erit quinta pars totius peripheriæ circuli, inuenta ante omnem conſtitutionem iſoſcelis conditionarij pro quæſito Polygono laterum imparium, ab antiquis requiſiti.



ADNOTATIO PRIMA.

POterat quidem inuento puncto *E* aliter reliquũ abſolui, vel ex duplo arcu *BE*, haberi ſtatim punctum *G*, vel è centro acta *AG*, æquidiſtanti *BE* rectæ, at libuit per æqualitatem angulorum ſupra ſemidiametrum

trum incidere, vt forma, quæ alijs polygonis á pentagono fit communis, & præter duo iam agnita isoscelia similia *BAG*, *BIA*, duo sunt alia ad angulum commúnem commissa, nempè *AGI*, *IBE*, nam anguli *AGI* vnius æquatur angulo *IBE* alterius, quia *ABE* bifariam secatur, & reliquus *GAI* reliquo *BEI* æquatur: sunt igitur homologa similium latera triangulorum, hoc est *BG*, *BA*, *BI* proportionalia, vel *BG*, *GI*, *BI*, ergo in puncto I secatur *BG* media, ac extrema ratione, similiter in analogia sunt *AE*, *AI*, *IE*, quare & *AE* secatur in eodem *I* puncto media iterum, ac extrema ratione, & constat ante constructionem conditionarij trianguli isoscelis existere polygonum quinque lateribus ordinatum.

ADNOTATIO SECVNDA.

EVclides quippè methodum inscribendi pentagonum ordinatum tradidit dependenter ab isoscele iam dicto, & Ptolomeus in Almagesto ex sectione analogica semidiametri illud idem ordinauit, ex indè authores cæteri crediderant pro polygonis imparium laterum, inquiri oportere conditionaria isoscelia, sed nec exhibita à nemine fuerant, nec expectanda vlterius; quia vt in Physicis contingere nouimus, ex mixtione diuersarum specierum vltra primam, haud admittit natura deinceps proles, sic in Geometricis quasi ex compositione rerum diuersæ speciei, haud licet vltra pentagoni structuram permixtionem linearum, & an-

 gulorum

gulorum secare peripheriam de genere curui, & ideò ex genere proprio superius, & hìc factum conspicitur.

PROBL. TRICESIMVMPRIM.

Arcus heptagoni congruus habetur determinatus ante isosce-lis conditionarij constructionem, nempè in quo angulus verticis est ad reliquos in ratione subtripla.

SIT circulus cuius diameter *BC*, & hęc æqualiter secetur, tribus adhibitis punctis, quadrifariam: fit deinde tangens circulum *AD*, in eaque ponatur *BF*, vni partium nempe BK æqualis, & à centro *A* conducta *AF*, secabitur peripheria in *E*, postea angulo *BAE* construatur ãgulus *ABI* æqualis, & porrecta *BI* dabit in peripheria punctum *G*. Dico arcum *CG*, arcum esse heptagoni congruum circulo ordinati. Secetur bifariam arcus *GE* puncto *L*, & ducantur *AG*, *AL*, *BL*, *BE*, & etiam si lubet *CE*, fiet angulus *EBD* ad tangentem ęqualis *BCE* in segmento alterno, seu *AEC*, (hae scilicet quantitate anguli supra *BE* in isoscele minuuntur à recto) & anguli *ABE*, *AEB*

AEB in tripla oſtendentur eſſe ratione ad angulum verticis *BAE*, quoniam anguli *BAI*, *ABI* facti ſunt æquales, oppoſiti arcus eſſe in ratione dupla *CG* ad BE ſupra fuit demonſtratum, & ABL iſoſceles, quum ſit anguli ALB, ABL ęquales, ſicuti angulus LAE in centro, æquatur angulo GBE, quia iſte ſuper duplam inſiſtit peripheriam, ergo duo anguli ABL, *GBE* euadunt æquales, à quibus portio GBL communis ſublata, relinquuntur anguli CBG, LBE æquales, quare & arcus quibus inſiſtũt CG, LE ęquales; at GL, & *LE* ſunt ęquales, ergo quilibet arcus *CG*, *GL*, *LE* fit duplus ad arcum BE, hoc eſt arcus BE ſeptima fiet ſemicirculi portio, ſeu angulus in centro BAE, ſubduplus cuiuſulibet angulorum *CAG*, *GAL*, *LAE*, & ęqualis fit angulis CBG, *GBL*, LBF, quare ante conſtructionem huius trianguli conditionarij ABE, & natura, & tẽpore determinata habetur portio *CG* in circulo pro heptagono oportuna, vt fuit quęſitum.

ADNOTATIO PRIMA.

SEquitur ex oſtenſis quod AG, *BL* ſint ęquidiſtantes, etenim æquales euadunt anguli *ALB*, LAE, & iſoſcelia triangula AOL, O*BE*, non tamen ſimilia, ſed ABE, EBO ſimilia, ſicuti A*B*E, ABH ſimilia, & æqualia, nam iterum ſimilia fiunt ABG, IBA, & quia anguli CAG, AIG ſunt æquales, quum ad A*B*I quilibet ſit in ratione dupla, ergo ſublati ex duobus rectis, reliqui BAG, *B*IA ęquales ſunt, quare triangula ABG, ABI ſimilia ſunt, præter quam qnod ad baſes BG,

& BA

& *BA* erant anguli pares, & ideo homologa fiunt latera *BG*, *BA*, *BI*, & in triangulis *AHI*, *BIE*, & similitudo, & qualitas adest, vt ex angulis patet, ideò *HI*, *IE*, *AH*, *EB* æquantur, & bases *AI*, *IB* erant pares, igitur æqualibus æqualia additis *BH* æquatur *AE*, & isosceelia *ABH*, *ABE*, angulus nempe *AHB* triplus fit anguli *ABH*, quod rectè consequitur, quum possit duos *HLB*, *HBL* internos, hoc est *ABL*, & *HBL*, quare erit, vt *GB* ad *BH*, ita *BH* ad *BI*, vt tota ad totam, ita ablata ad ablatam, & reliqua *GH* ad *HI*, & non nulla alia assimilari cum conicis sectionibus.

ADNOTATIO SECVNDA.

AD Punctum igitur K si eleuaretur perpendicularis transibit per *I* punctum, & erit portio æquilateri trianguli circulo inscribendi, ad hanc lineam ex A centro requirebat Vieta in 8 libro Variorum capite 7. quod inclinaretur recta hac ratione, vt *IE* æqualis efficeretur cordæ EB, nam ibidem assumpserat sub examine tres methodos pro heptagono effingendo, exhibitas ab Illustri quondam mathematico, & eius censura fuit, esse

Primam geometricam; sed veræ tantum proximam, non etiam accuratam, alteram veram, & accuratam, sed non Geometricam.

Tertiam Geometricam, sed ἀσυλλόγιστον & omnes vt par erat reprobauerat, in secunda tamen forma, quæ mechanico tantum hærebat duo stabilierat, suo

rat ſuo more elegantiſſima theoremata, ad illa lectorē remittimus, & ex inuenta æqualitate inclinatę *IE* ad *EB* concludebat heptagonum ſubſiſtere ordinatum, verum, & ęqualitas eadem eſt quid poſterius ipſo heptagono, quo prius à nobis multiplici ratione exhibito duo illa theoremata omni pede procedent.

PROBL. TRICESIMVMSEC.

Arcus in circulo congruus enneagono, habetur ante inuentionem ſui trianguli conditionarij.

IN circulo cuius BC diameter, hæc quatuor punctis ęqualiter diſtantibus in quinque dirimatur



portiones, quarum vna ſit BK, quę vt ſupra in tangentem BD ponatur, vt ęqualis BK ſit BS, & iungendo *A*S ex centro ſecabitur peripheria primum in *E*, & producta diametro ad ſemiſſem eius *CG*, agatur *GE* linea, quę vlterius ſecabit tangentem in puncto *O*. ex quo

iterum

iterum ad *A* centrum conducta linea *AO* secabitur secundò peripheria in *F*, deinde angulo B*AF* construatur angulus AB*I*, & protracta B*I* secabitur peripheria in N. Dico quod arcus *C N* erit nona pars accuratè totius circumferentię, & sic demonstratur. Iungantur A,N, cui æquidistet BM, & arcus *MF* secetur bifariam in *L*, & alię ducantur AM, AL, *BL*, *BF*: igitur anguli NAM, AM*B* alterni sunt ęquales, & AN*B*, NBM



æquales, vt æquales CAN, C*B*M in centro, & ad arcum, quare tres CAN, NAM, MAL anguli ęquantur, similiter & huic postremò ęqualis *LAE*; ergo dupli omnes eiusdem anguli *BAF* fiunt, & tota semicirculi peripheria distributa habetur in nouē portiones, quarum vna est *BF*, & totius circumferentiæ nona pars fit eius dupla *CN*. Idcircò ante conditionarium Isosceles pro enneagono eius opportunum latus habetur natura, & tempore, quod erat intentum.

ADNO-

ADNOTATIO.

1 Poterat etiam, & punctum F reperiri absque eo quod produceretur diameter in G, at forma assumpta, & commodior visa fuit, reique magis propria, nam pro figuræ primæ scilicet Isopleuri arcu, vtitur sectione diametri in centro, & semissis reflectitur intra, vt sextans fiat, reliquus verò ad semicirculum est quæsitus arcus.

2 Deinde dum secatur diameter duobus punctis trifariam æqualiter ad tangentem operatio prouocat, & limitatur arcus pẽtagoni à reliquo diametri extremo

3 Postea pro tertia figura imparium, nempè heptagono, secatur ipsa diameter tribus punctis quadrifariam, & cum tangente arcus determinatur á semidiametro ex centro.

4 Igitur quod tàm arduum censebatur, tàm facilè, & secundum naturam reperiri contingit. Si verò ad vlteriora, hac methodo progredi lubeat non vnica, sed replicata sectione, vt in enneagono factum est, posset expediri, & tunc quatuor punctis dirimetur diameter æqualiter, nempe quinque portiones, at vlterius etiam excedere licebit, & si satis implexa effectio sortiretur, nobis satfuit demonstrasse in omni polygono imparium laterum prius attingi arcus lateri competens, quã reperiatur conditionarium isosceles, quod illa deinceps inquirere superfluum videatur, ac inutile, cum aliàs haberi queant, vt ostensum fuit.

Soluentes itaque Perge magni nuncupati Geo-

metræ manes; post amplissima vasti pelagi perlustrata iam litora; sibiq; plurima, ac prætiosa admodum oblata, adhuc neque alumnos excitare quiescentes; ad angusti Tynheni ripas dum conuergerent proras, contigit *ITER* prospexisse *REGIVM*, quo pauca *hæc* exorta haud indignabundæ sibi onerari adnuerant.

FINIS.

INCLINATIONVM GEOMETRIÆ PARERGON

EODEM AVTHORE.



INGENVO LECTORI S.

IN primæuo exortu suo, cuiusuè nec parum indigens opusculum de reflexionis puncto agnoscebatur, industria caruit obstetrice, meritò igitur sibi postulabat reflecti, quod aliquando consensimus, & curiosè prolixa rescindere consilium fuit, vt reliqua ferè alia methodo construere, ac demonstrare, & pro illo vt supponimus fungi criticis sublatum officio, ita nec immemores, in hoc exerceri Parergo translatum, vbi tria opticorum potissima è mechanicis ad Geometriam problemata inuenies reuocata, vtinam onus aliquis susciperet totum illud nobile repurgandi, Geometriæ vè vinduandi opus. Vale.

PROBLEMA PRIMVM.

Dato circulo, & duobus punctis extra inæqualiter à centro remotis, duas inclinare lineas ad angulum in peripheria, quem bifariam diameter dirimat.

SIT circulus circa *A* centrum puncta *B*, *C*, ducantur per centrum *BAD*, *CAE*, & connexa *BC* ita secetur in *F*, vt sit *BF* ad *FC*, sic *BD* ad *CE*, & ducta per centrum *FAG*. Dico punctum *G* efficere quæsitum, hoc est iunctis *BG*, *CG* angulum *BGC* bisecare linea diametri *GAF*, & ex præscriptis in opticis, dicetur *BG* incidentiæ linea, *CG* reflexionis, autècontra, vt angulus BGC reflexus, & punctũ G reflexionis. Iungantur *MD*, *ND*, KE, *LE*, vtq; anguli, qui ad *BC* sunt extra reuocentur ad circulum, arcus suscipiátur *MN*, KL, siue pro eis *MDN*, KEL anguli cõpetẽtes, hisce



paratis cõsiderentur triangula *BAH*, *CAI* ad angulum composita communem *BAH*, seu *CAI*, erunt *AHB*, *ABH* internis æquales simul duobus *AIC*, *ACI* cum ambo

æquen-

ęquentur vni externo *BAC*, ergo excessus idem fiet inter *AHB*, & *AIC*, qui inter *ACI*, & *ABH*: at angulus *AHB* æquiualet in alio *HEL* triangulo duobus internis



HEL, *HLE*, & angulus *AIC* æquiualet in alio *IDN* triangulo duobus internis *IDN*, *IND*; quare idē excessus fiet duorum *HEL*, *HLE* angulorum simul, supra angulos *IDN*, *IND* simul, quam anguli *ACI* supra angulum *ABH*, seu arcus *GE* supra *DG* arcum, qui à prædictis angulis in opposita occupátur peripheria, aut si mauis acceptis ex aduerso *MO*, & *OK* tantundem differre oportebit, quantum anguli adgregatum *MEL* † *ELG*, seu arcus *ML* † *MO* excedunt supra angulos *KDN* † *DNG*, seu arcus *KN* † *DG*, idest *KN* † *OK*, & sublatis vtrobique ęqualibus *MO*, *OK* repetitis, idem erit excessus *ML* supra *NK*, qui vicissim *GE* supra *DG*, & ablato communi *MK* erit excessus idem inter *GE*, & *DG*, seu *MO*, & *OK*, qui inter *KL*, & *MN*, quare erunt quatuor termini, bini, ac bini in arithmetica analogia, nimirum *MO* primus, *OK* secundus, *KL* tertius, & *MN* quartus, qui si compararentur

rentur, prima cum postrema, magnitudo eadem constituetur, quam si comparentur secunda cum tertia, ideò additis arcubus *MO*, & *ON*, & alijs *KO*, & *KL*, id est duo arcus *NO*, & *OL* fient æquales, ergo & totus angulus *LGN*, id est *BGC* distinctus per æquales á diametro *GAF*, & fit *G* punctum reflexionis, & angulus *BGC* reflexus, & duo *GN*, *GL* portiones ęquales.

SCHOLIVM.

NEC poterit in caua peripheria aliud punctum reperiri præter *G*, verùm possibile est tailter haberi ex dispositione situs punctorum, vt non bisecetur angulus reflexus à diametro, sed ab altera linearum, & tunc portiones de circulo *GL*, *GN* fient inæquales, vt infra dicetur: præterea in quibusdam casibus duo licebit inuenire reflexionis puncta, vnum scilicet in latere peripheriæ, quod mixtus habeatur pro caua, & conuexa, vt in vltimo dicetur problemate: alterum vero, vt factum *EH*; & ne præmissa forma cum arithmetica analogia alicui minus arrideat, succedat constructio altera ex pluribus alias exhibitis, à quibus nunc declinamus, cum pauca abundent. Sit itaque.

PRO-

PROBLEMA SECVNDVM

Datis iisdem circulo, & duobus punctis extra idem præstare:

AGantur per centrum *BAD*, *CAE*, & iungantur *CD*, *BE*, etiam *BC* connexa, secetur in K, vt fiat *BK* ad K*C*, ita *BD* ad *CE*, deinde per centrum *A* ducatur *FG* ęquidistans ipsi *BC*, & ducta K*AH*. Dico *H* pũcto in peripheria effici quęsitũ, nimirum connexis *BH*, *CH*, ipse angulus *BHC* dirimi à diametro *H*K bifariã; quoniam enim est, vt *B*K, ad K*C*, ita *FA* ad *AG*, hoc est *LA*, ad *AI* ob æquidistantiam *LI* à base trianguli *BC*, erit permutãdo, vt *B*k ad *LA*, ita *C*k ad *AI*, seu vt *BH* ad *HL*, ita *CH* ad *HI*, & vt *B*K ad *BH*, ita *AL* ad *LH*, pariter vt k*C* ad *CH*, ita *AI* ad *IH*, & ideò conuertendo, ac permutando *HL*, ad *HI*, vt *AL* ad *AI*, quare in triangulo *LHI*, laterum ratio *LH* ad *HI*, & in eadem analogia cum baseos segmentis *L*A ad A*I*, ergo & angulus *LHI* seu

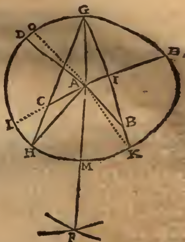


ſeu *BHC* biſectus eſt à diametro *HAK*, quod fieri oportuit.

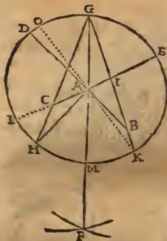
PROBLEMA TERTIVM.

Datis circulo, & duobus punctis intra ambitum in ſitu; vbi linea connectens per centrum non tranſeat, idem efficere.

SIT circulus circa *A* centrum, & duo puncta *B*, *C* intra, in diametris diuerſis, agantur *BAD*, *CAE*, & centro facto in *B*, diſtantia *CE*, & viciſſim centro in *C*, diſtantia *BD* portiones circulorum ſe mutuo ſecent in *F* puncto, è quo per centrum ſi agatur *FAG*. Dico quod *G* punctum erit quæſitum, nempe ductis *BG*, *CG*, angulum quem faciunt *BGC* biſecare diameter *GAM*, quod ita lubet oſtendere. Ducatur *KAO*, & compleatur *ECL*, porrò ſi aſſumatur triangulum *GCI*, in quo angulus externus *GIE*, & ab eodem auferatur alter internorũ, puta *GCI*, relinquetur alter *CGI*; ſed vice angulorum ſuſcipiantur competentes arcus, id eſt pro *GIE*, ſeu verticali *BIC*



eſt arcus *LK* (quod patet ſi iungeretur *LG*.) & pro angulo *GCI* eſt arcus *GE*, ſeu *LM*, qui deductus ex *LK* relinquetur *MK* pro arcu determinante magnitudinem reliqui anguli *CGI*, ſeu *HGK*, ita vt angulus in centro reſpondens arcui *MK* fiat æqualis *KGH* angulo in peripheria, ergo *MAk* duplus ſit anguli *AHk*, quod eſt verum in externo Iſoſceles *AGK*,



Deindè pergamus in eodem triangulo *CGI* aliud latus productum, erit angulus externus *ECH*, á quo ſi alter internorum *CIG* ſit ablatus, & alter rurſus *CGI* relinquetur, ideò recurrentes ad arcus congruos, erit *GOL* arcus pro angulo *CIG*, ſeu ex aduerſo arcus *MAE*, qui ſubductus de arcu *EMH* congruo ad angulum *ECH*, erit reliquus arcus *MH* competens reliquo angulo *CGI*, iſte in peripheria, & *HAM* competens *MH* in centro; quare æquales fiunt *HAM*, & *HGK*, ſiue *HAM* externus in iſoſcele *HAG*; ſed fuerat *MAK* in centro æqualis *HGK*, modo *HM* æqualis eidem *HGK*: ſequitur igitur *KM*, *MH* eſſe pares, & angulus *BGC* biſectus à diametro *GA*. quare *G* punctum ſit reflexionis, vt quæſitum fuerat.

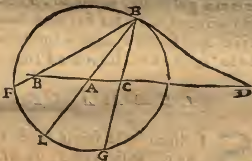
SCHO-

SCHOLIVM PRIMVM.

VT igitur nouã eiuſmodi ratiocinandi, ſed geometrica formam minus aliquis audeat non probare, infra problemate octauo, vbi eadem conſtructione vtemur, alia argumentabimur methodo, vtque ſequentia per occurrentes caſus melius explicentur, neceſſe erit aliundè non nulla hic ſubnectere mutuata, & pro vno ſymptomate ſit.

SCHOLIVM SECVNDVM.

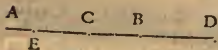
SI duo puncta intra in vnam conſiſtant diametrũ, & quæſitum ſit idem reperire punctum reflexionis, hoc iam ſolutum habetur apud Vitellionem propoſitione 17 libri 8, & apud Cõmãdinum in commẽtarijs collectionum Pappi ad propoſitionem 57 libri 6, qui authores ſic oſtendunt. In circulo ſit linea *BC* per centrum *A*, & quæ ratio *BA* ad *AC*, ita fiat *BD* ad *DC* additam, & à puncto *D* ſit ducta *DE* tangens circulum. Aio punctum *E* eſſe quæſitum: ducatur *AE* diameter & erit angulus *AED* rectus,



ctus, deindè iunctis *EBF*, *ECG* sunt duo anguli *GEL*, & *FEL* æquales, hoc est à diametro bisectus est angulus *BEC*, & fit *E* reflexionis punctum, & ad integram perceptionem huius effectionis pertinent duo sequentia lemmata.

LEMMA PRIMVM.

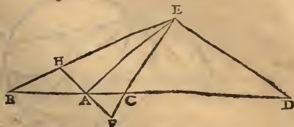
Datæ lineæ vno puncto sectæ, addere portionem, vt fiat tota, & addita, ad additam, ita ratio partium, nimirum *AB* secta sit in *C*, & eidem apponatur *CD*, vt sit eadem analogia *AC* ad *CB*, quæ aucta tota *AD* ad ipsam *BD*, facillima res est; fiat *AE* differentia partium, ponendo *CB*, *EC* æquales, & vt *AE* ad minorem *EC*, ita fiat tota data *AB* ad quartam *BD*, erit quæsitam, nam à compositione argumentando erit *AC* ad *CB*, ita *AD* ad *DB*.



LEMMA SECVNDVM.

Si linea secta fuerit duobus punctis, vt *BD* in *A*, & *C*, & sit *A* ad *C*, ita *BD* ad *DC*, & à punctis *A*, *D* inclinentur lineæ *AE*, *ED* ad angulum rectum, vt *AED*, deindè ad idem punctum iungantur etiam *BE*, *EC*, ostendit Commandinus ad propositionem 52. libri 6. in Commentarijs Pappi Collectionum, quod duo anguli

anguli *BEA*, *CEA* sunt æquales. Agatur per *A* punctum linea *FAH* æquidistans *DE*, & concurrat cum producta *EC* in *F*, erit vterque angulus ad lineam *EA* deinceps rectus ob rectũ *AED*, & cum sit ex hypothesi vt *BD* ad *DC*, ita *BA* ad *AC*, erit permutando *BD* ad *BA*, vt *DC* ad *CA*, verum vt *DC* ad *CA* (ob similia triangula *DCE*, *ACF*) ita *DE* ad *FA*, & vt *DB* ad *BA*, ita (ob eandem rationem) *DE* ad *AH*, quare eadem ratio erit *DE* ad *AF*, quæ *DE* ad *AH*; ergo æquales sunt *FA*, *AH*, quibus addita communis *AE*, duorum triangulorum latera duo *FA*, *AE*, & *AH*, *AE* æqualia habentur, & continent æquales nempe rectos angulos; igitur penitus æqualia sunt illa duo triangula *EAF*, *EAH*, & angulus *FEH* diuiditur bifariam per lineam *AE*, quod erat demonstrandum.

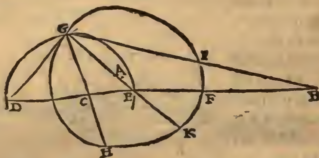


PROBLEMA QVARTVM.

Dato circulo, & punctis, altero intra, altero extra, vt iungens linea non transeat per centrum, inuenire punctum reflexionis.

Sint

Sint punctum *B* extra, *C* vero intra circulum, & *BC* non eat per centrum, secetur bifariam pars in circulo in *E* puncto, deindè fiat vt *BE* ad *EC*, ita



BD ad *DC*, & semicirculus scribatur super *DE* secans datum in *G*, ad quod si inclinentur *CG*, *BG* constituentur æquales anguli *BGE*, *CGE*, vt in secundo ostensum est lemmate, quare *G* reflexionis erit punctum, & angulus *BGH* reflexus bisecatur à diametro, & constat propositum.

SCHOLIVM.

Vt classici opticorum Authores, mechanico vsi fuere auxilio ad determinandum in sphærali punctum reflexionis, nihil illis in mentem subierat in quibusdam casibus duo ab ijsdem datis positione punctis, obiecti scilicet & potentiæ haberi posse puncta reflexionis, quos casus infra sumus explicaturi, quod vt

vt nouum ac iucundum fore confidimus.

Cæterum continget aliquando haberi reflexionis punctum, at angulus reflexus non à diametro bifecari, in quo casu inæquales portiones abscindentur de

circulo, vt in præmisso problemate si pars lineæ *BC*, quæ in circulo occupatur non diuidatur (vt in *E*) bifariam, & fiat *BE* ad *EC*, ita *BD* ad *DC*, facto deindè super *DE* semicirculo, & ductis *DG*, *EG* constituetur angulus *DGE* rectus, & porrectis *CG*, *BG* etiam anguli *HGK*, *KGB* pares euadent ex demonstratis lemmate secundo, verum lineæ in circulo inæquales erunt *GI*, *GH*, quia diameter non est linea *GK* angulum reflexum bisecans, quare latius patet inuentio puncti reflexionis, quam ratio rescindendi à punctis positione datis portiones de circulo æquales, quæ perpetuo á diametro bisecari angulum exigit reflexũ.

PRO-

PROBLEMA QVINTVM.

Datis ijsdem, & linea iungens transeat per centrum, idem præstare.

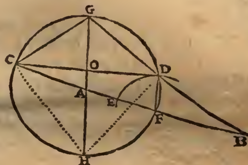
HOc quippè perfacile est; nam ex ostensis, si fiat *BA* ad *AC*, ita *BD* ad *DC*; & tangat *DG* in puncto *G* circulum, productis namque *BG* *CG* lineis, ac diameter *GH*, palam fit ex citato lemmate secundo, quod anguli *BGA*, *CGA* sint pares, & vt supra reliqua consequentur.

PRO-

PROBLEMA SEXTVM.

Datis circulo, & punctis, quorum altero sit in peripheria circuli, altero verò extra, lineaque iungens transeat per centrum, idem efficere.

SIT *B* punctum extra, *C* in peripheria, & ex hypothesi cum transeat *BC* per A centrum, secetur diameter *CF* in puncto *E*, vt fiat *CE* ad *EF*, ita *CB* ad *BF*, & portio *FE* aptetur circulo in *FD*, porrò linea ex *B* per D dabit in peripheria punctū G, & hoc aio, efficere quæsitum. Iungantur CG, HC, HD, & quoniam anguli CGH, CDH æquales sunt, & æquales DCG, DHG, nec non alij ad vertices, plus quam similia erunt triangula HOD, COG, sicuti duo alia HOC, DOG, ideo homologa latera erunt in eadem ratione, nempè *H*O ad OD, vt CO ad OG, & iterum HO ad OC, vt DO ad OG, & permutando *HO* ad DO, vt *OC* ad OG, ergo æquales erunt DO, & *OC*, & super diametrum GH ab angulis rectis cadentes,

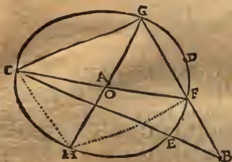


efficientur anguli GHD, GDO, ex 8 sexti æquales, & ad O recti, vnde anguli GCO, GDO æquales; ergo triangula similia, & æqualia CGO, DGO, punctum G reflexionis, & bisectus angulus BGC reflexus à diametro.

PROBLEMA SEPTIMVM.

Datis iisdem, & lineà iungens non transeat per centrum, idem efficere.

Sint puncta B extra, & C in peripheria, linea vero BC centrum non occupet A, agatur tangens, vel punctum in arcu signetur D, & pars DE comprehensæ peripheriæ secetur per æqualia in F, per quod punctú si ex B agatur linea, signabit G in peripheria, quo fieri quęsitum sic ostendetur. Iungantur CG, CH, CF, & diameter ducta GA, efficientur triangula GCH, GFH, & supra ostendimus, neque hic est opus iterari tám CO, quám OF esse mediam inter partes diametri HOG, ita vt æquales



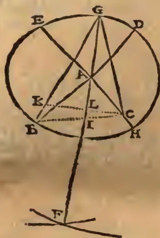
les ſint, hoc eſt ſecta ſit bifariam CF à diametro, ergo ad angulos pares, & aſſumpto OG communi, duo latera CO, OG duobus lateribus FO, OG æquantur, & angulos continent æquales, quare baſes CG, GF ſunt æquales, & angulus BGC dirimitur bifariam à diametro, & idcircò eſt reflexus, G vero punctum reflexionis quæſitum.

PROBLEMA OCTAVVM.

Dato circulo, & punctorum altero in peripheria, altero intra, & linea iungens illa per centrum non tranſeat, idem punctum reperire.

SIt B in arcu, C intra ſpatium circuli, agantur per centrum BD, CE lineæ, & diſtantia BD, centro facto in C, & viciſſim diſtantia CE, centro in B duæ ſcribantur circulorum portiones ſe ſecantes in puncto F, ex quo per centrum agatur FAG, erit G punctum quæſitum, & cum conſtructio concurrat cum primo problemate, hìc ali methodo ordinabitur demonſtratio. Sumantur æquales GC, GK, & connectatur Ck,

fieri ad diametrum perpendicularis progreſſu oſtendetur, nam iuncta AK, duo triangula GAC, GAK ſunt ſimilia, & ęqualia, quia ęquãtur reſolutę partes ex 12 libri 2 GA, AC quadrata † GAL bis rectangulo, ęquantur GA, AK quadratis † GAL bis eodem, & ſublatis denominatis ęqualibus GAL bis rectãgulo, & quadrato GA, relinquuntur æqualia quadrata AC, AK, & latera, à quorum quadratis dempto communi AL, relinquuntur quadrata duo CL, LK æqualia; igitur biſecta eſt CK ad angulos rectos, & per ęqualia à diametro GAL: ergo angulus LGC æquatur angulo BGL, & fit angulus totalis BGC reflexus, vt punctum G reflexionis, & conſtat propoſitum.



SCHOLIVM.

Poterat etiam ducta BC ita ſecari in puncto I in ratione BD, ad CE (vel ob faciliorem ſectionem harum aliquotę partes) & per punctum I, & centrum in idem incidiſſet punctum G, verum conſtructio fit citra dubium per circulorum duorum mutuam ſectionem accuratior.

PRO-

PROBLEMA NONVM.

Dato circulo, & duobus punctis extra, linea vero iungens per centrum transeat, idem punctum inuenire.

Sint B, C extra, intelliguntur semper inæqualiter á centro distare, vt assequatur quęsitum, primo contactus puncta ad eandem partem signentur ex datis, sintque D, & E, à quibus demittantur super BC duę perpendidulares *DG*, EF, deindè comprehēsa *FG* portio secetur in H puncto æqualiter, à quo si linea eleuetur perpēdicularis HL, erit L punctum quesitum. Demittatur per centrum LAK, & iungantur BL, CL, erunt duo BHL, CHL triangula rectangula ad angulum composita, quare eadem differentia est angulorum BLH, & CLH, quę vicissim reliquorum LCH, LBH, ideò si semissis excessus anguli BLI supra angulum CLI, seu arcus *MPI* supra arcum *NOI* minori apponatur *NI*, scilicet arcus *IK*, efficientur arcus *MPK*, et *NOK* ęquales, seu anguli *BLK*, et CLK, ergo complementa

ad

ad semicirculos *LM*, *LN* ęqualia erunt, vnde angulus secatur reflexus BLC à diametro ęqualiter, et constat propositum.

PROBLEMA DECIMVM.

Iisdem datis, linea vero connectens puncta non transeat per centrum, illud idem determinare.

SInt *B*, *C* puncta extra circulum, à quibus tangentes, vt prius, vel puncta in peripheria signentur *D*, *E*, deindè in ratione linearum *BD*, *CE* iuncta *BC*,

secetur in *F*, à quo puncto si eleuetur perpendicularis *FG*, erit in peripheria punctum *G* efficiens quæsitum. porrigatur in *L*, & per centrum agatur *GAH*, fiet arcus *LH*, seu angulus *LGH* semidifferentia anguli *BGF* supra angulum *CGF*, quæ minori addita, æquales redduntur *BGH*, *CGH*; ergo ductæ *BG*, *CG* constituent angulum bisectum per diametrum, & patet intentū.

SCHO-

SCHOLIVM.

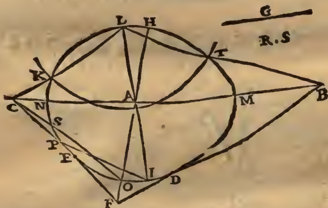
INcidenter hìc offertur alia ratio conſtruendi triangulum ex datis baſe, lineaque angulum verticis biſecante, vna cum proportione laterum, diuerſa quatenus nobis contigerit videre ab alijs conſtructum, ſit itaque.

PROBLEMA VNDECIMVM.

Sit BC linea pro baſe, ratio laterum R ad S, & magnitudo lineæ biſecantis angulum verticis G, oporteat triangulum conſtruere,

SEcetur baſis *BC* in ratione laterum *R* ad *S* in puncto *A*, in quo facto centro, amplitudine lineæ datæ *G* ſcribatur circulus, deindè á punctis datis extra *B*, *C* agantur lineæ contactus ad eandem partem,

tem , quæ coeant in puncto F , ex quo per centrum ducta ſit *FAH*, porrò arcus *NH* reportetur in *NI* , & à puncto *I* per centrum iterum acta linea, erit in peripheria datum ſignum *L* , & eſſe id quæſitum progreſſu oſtendetur. Ex punctis *B*, *C* iungantur ad *L* lineæ *BL* , *CL* , triangulum *BLC* habebit baſim ſectam in *A* data R ad S ratione ; agatur *IP* æquidiſtans *LB* , & iuncta *CSO*, quoniam *NH* , *NI* fuerant æquales, & duæ *HL* , *IO* portiones ex aduerſo æquales , relictę etiam *NL*, *NO* fiunt ęquales, ſed *AL*, *AO* ſemi-

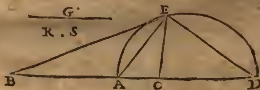


diametri , & *AC* communis , ergo duo ſunt triangula *CAL* , *CAO* ęqualia, & ſimilia , ob latera duo, & anguli com prehenſi ęquales , & a ſſumptis rurſus portionibus *HL* , & *OI* à ſemicirculis *HSO* , *LPI* , ſi communis arcus LS ſubducatur , erunt relicti arcus SO, PI, ęquales , à quibus ablatus iterum communis *OP*, relictę

lictę portiones SP, OI æquantur: sed IO est æqualis HL; ergo HL, SP æquales, ac communis LS susceptus arcus erunt compositi HS, LP arcus iterum ęquales, quo circa insistentes anguli LIP, HOS erunt æquales: at LIP erit coalterno BLI æqualis ob æquidistantiam BL, IP, & angulus HOS ostensus fuit æqualis CLI; ergo duo anguli BLA, CLA æquales fiunt, & dirimitur totus verticis angulus BLC bifariam á diametro, seu semidiametro assumpta ęquali lineę datę G: ergo habet triangulum BLC conditiones requisitę, & factum erit quod oportuit:

SCHOLIVM.

Effectio premissi problematis vniuersalior videtur quàm inducta ab antecessoribus, quę sic se habet. Data sit pro base BC secta in A pro ratione data R ad S, & linea bisecans angulum verticis sit G, vt prius. Protrahatur BC in D, vt eadem sit ratio BD ad DC, quę R ad S, seu BA ad AC, & scripto super DA semicirculo, in eo ponatur AE ęqualis G, & connexis BE, CE, DE, fiet triangulum quęsitum BEC, nam ex superius ostensis anguli BEA, AEC sunt ęquales,



X &con-

& conditiones reliquæ expletæ ; verum constructio hęc fit conditionata, vbi opus est, data *G* externa, fiat minor ipsa *AD*, aliàs triangulum haud constituetur ; poterit adhuc vniuersalis ita proponere.

PROBLEMA DVODECIMVM

Data linea pro base, ratione laterum, & magnitudine lineæ bisecante angulum verticis inuenire triangulum.

SEcetur linea basis *BC* in *A* in ratione data *R* ad *S*, & in *CAD* diametro, facta nempe *AD* ęquali *AC*, semicirculus scribatur *CED*, erit *DB* differentia partium: fiat deindè vt *AB* ad *BD*, ita data externa ad aliam, & sit *DE*, in circuloq; aptata, agatur per *E* pũctum ex *B* indefinitè linea; porro ex *A* eleuetur linea ęquidistans *DE*, & sit *AF*, quę occurrat *BE* in *F* puncto, cui iungatur *CF*, & *CE*. Dico triangulum *BFC* esse quęsitum, ob rectum *CED*, erit & rectum *CHA*, diuisaque bifariam *CE* in *H*, & communis *HF*, vndè fit quòd *FE*, *FC* sint ęquales, & angulus *CFE* bisectus, cumque

que ſit, vt AB ad DB, ita FB ad BE, & per conuerſionem BA ad AD, vt BF ad FE, & AD ad AC, vt EF ad FC; ex æquo igitur erit, vt BF ad FC, ita BA ad AD, ratio laterum eadem, quæ baſis ſegmenta: factum igitur, quod oportuit, & ſequebatur ex ipſa BFC anguli biſectione vt in elementis patet.

SCHOLIVM.

EXhibita, ni fallor, ſunt ſymptomata omnia de reflexionis puncto in caua peripheria circuli, plani ſcilicet ſecantis conum, ſeu cylindrum, & quo ad illud punctum communicat circulus cum ſectionibus cæteris, adeo vt facilè ad omnes alias extendi queat præmiſſa doctrina, verum integrè ad argumentum minime ſatis fuerit factum, niſi ſubrogetur pro conuexis vnum, vel alterum problema, in ijs tot diſcrimina caſuũ ob puncta non contingunt. Sit igitur

PROBL. DECIMVMTERT.

Dato circulo, & duobus punctis à centro inæqualiter diſtantibus, inuenire reflexionis punctum in conuexa peripheria.

SInt B, C puncta poſitione-poſſibili ad circulum circa centrum A, & ſignentur D, E puncta contactus, ipſæ vero lineæ BD, CE ad angulum inclinen-

tur *BFC*, quem bifariam diuidat linea *FIG*. Dico quod *I* punctum in peripheria est quæsitum, nempè ductis *BIM*, *CIK*, angulus *BIC* bisecari à diametro, producta *AIN*, & portiones *IM*, *IK* æquales in circulo fieri: sumantur *AC*, *AO* æquales, & iungatur *CO*, erunt triangula *AIC*, *AIO* æqualia, & similia, nam duo quadrata *AI*, *IC* vna cum facto bis sub *AIN* oblongo æquantur *AC* quadrato, hoc est *AO*, cui respondent resolutæ partes *AI*, *IO* quadrata vna cum facto bis sub *AIN* rectangulo; ergo sublatę sub vna denominatione partes *AI* quadratum, & bis facto sub *AIN*, relinquũtur *CI*, *IO* duo quadrata æqualia, & ipsa latera: ergo anguli *ICO*, *IOC* æquales, & æquales erant in altero Isoscele *ACO* anguli *ACO*, *AOC*, à quibus sublati partiales relinquuntur æquales *ACI*, *AOI*, & triangula *AIC*, *AIO* erunt trium æqualium laterum omnino similia, & æqualia, & linea *AIN* fiet super *CO* ad rectos angulos; igitur duo triangula *CIN*, *OIN* partialia erunt similia, & æqualia, vnde angulus *OIC* erit bisectus à continuata diametro *AIN*, siue anguli verticales in circulo *AIM*, *AIK* æquales

inter

inter se, ergo arcus *LM*, *LK* æquales veluti *MI*, *KI*; & est *OI* vna linea cum *BI*, ergo factum est quod oportuit.

PROBL. DECIMVMQVART.

Datis ijsdem, aliter idem reflexionis inuenire punctum.

SInt B, C puncta data, circulus vt prius circa A centrum, & puncta tangentium ex aduerso notentur, ex *B* in *E*, & ex *C* in *H* lineas duci non oportet, arcum comprehensum duobus punctis *HE* secabimus ęqualiter, at linea ducetur per centrum, nempè *LAIN*. Dico punctum *I* esse illud reflexiónis quęsitum: ducantur *BIF*, *CIK*, et *BC*, porro sumatur *AC* ęqualis *AO*: erunt triangula *ACO*, *CIN* isoscelia, et diuiduntur per *AN* diametrũ continuatam in partialia *ANC*, *ANO*, et *INC*, *INO* ęqualia, et similia, nam ex ęqualitate *AC*, *AO* ostendentur vt supra similia &



ęqua-

ęqualia AIC, AIO triangula, per resolutionem ex duodecima Secundi, nec non et similia, et ęqualia alia duo triangula *ICN*, *ION*: sed *BOI* est linea vna continua, ergo à datis punctis *B*, *C* angulus reflexus in conuexa fit peripheria *BIC*, á diametro bisectus; quare I punctum erit reflexionis quęsitum.

SCHOLIVM.

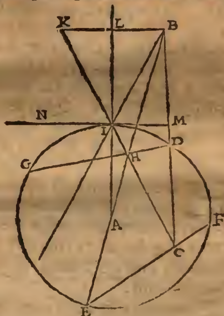
SEquitur quod LIF, LIK verticales sunt pares, vnde et lineę in circulo adplicatę ęquales IF, IK, vt sunt reliquæ LF, et LK. Cæterum hìc alias construendi formas lubentes omittimus, quum parum à præmissis differant; superest adhuc vt aliud construamus problema plurimum ab authoribus exagitatum, ac tandem quum extra naturæ præmerent vestigia cum Geometriæ probro ad mechanicum se receperant subsidium, habetur ab Halahazen libro 5 propositione 36., et à Vitellione libro primo propositione 135, at spectasse ad ditionem geometriæ paucis sumus comprehensuri. Sit itaque

PRO-

PROBL. DECIMVM QVINTVM

Datis duobus punctis, vno in circulo, alio extra, vel vtroque extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati tirculi, ita vt angulum contentum à lineis à prædictis punctis, ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia linea in illo puncto circulum contingens. est Vitellionis 135 primi.

SINT data puncta *B* extra, *C* intra circulum cuius *A* centrum (casus reliqui sequentur infra) oporteat duas ad circumferentiam inflectere lineas, & angulum quem facient, bifariam dirimat contingens linea eodem pũcto erecta. Iungantur lineæ *BC*, qua circulus secabitur in *D*, & *BA* per cẽtrum, & secabitur altero punctorum in *E*, agatur *ECF* linea ex duobus punctis datis, & eidem æqualis aptetur ex *D* dato linea *DG*, qua secabitur *BGE* in *H*, & per hoc punctum si ducatur ex *C*



linea

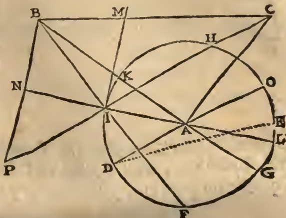
linea dabit in peripheria punctum I. Aio hoc signo effici quæsitum, nempè inclinatis lineis CI, BI angulum bifariam dispescere contingens linea circulum in eodem puncto I erecta, quod sic demonstratur. Accipiatur IK in porrecta CI, æqualis BI, & continuata ex centro AI offendet in connexam BK in puncto L; cum autem MI contingat, angulus rectus erit AIM, vt etiã LIN, & in isoscele BIK anguli supra basim BK fiunt æquales; ergo duo triangula BIL, LIK duo latera BI, IL, & IK, IL æqualia habentia, & eidem lateri opposita; ergo similia, & æqualia erunt eadem triangula BIL, KIL: quare & parallelæ sunt BK, MI. Ideò latera CB, CK in triangulo CBK secta erunt analogicè, & vt CM ad MB, ita CI ad IK, hoc est CI ad IB; secatur basis CB in ratione CI, IB laterum, ergo per elementum 3 libri 6 angulus BIC secatur bifariam abs MI æquidistante baseos. Quod fieri fuerat imperatum.

ADNOTATIO.

Hinc conspici facilè est tum intra, tum extra punctum reflexionis fieri commune; immò ex B in C, aut è contra idem commune adhuc haberi, & ex eo quod angulus BIC à tangente bifariam secatur argumentum insurgit, quod angulos contactus non sit penitus nihil.

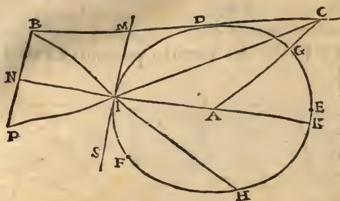
Secundus sit casus cum linea iungens puncta BC tota supra, siue extra circulum cadit, vt in proximo schemate agantur ad A lineę CA, BAG, deinde ex B, C signen-

C signentur tangentium (si ducerentur) circulum puncta D, E ad eandem partem, & iuncta, siue distantia accepta DE, ex G puncto in circulo ponatur, erit GI (neque hæc ducta est linea) vel sanè ducta altera diametro DAO, abs quadrato huius si auferri cōcipiatur quadratū cordæ DE, relinquentur cordæ arcuum DI, LO æquales: vel facilius assequetur punctum si

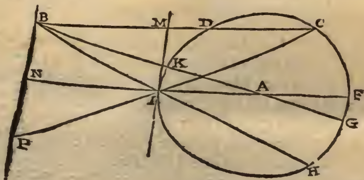


diametro ducta ex altero tangentium puncto D, vt DAO, & distantia OE ad aliud punctū E ponatur in GL, & ex LAI erit in arcu I punctum, seu OE in KI expeditius. Quod autem ad I punctum sic inuentum inclinatæ BI, CI efficiant quæsitum, productis CIP, BIF, & in sequelam ratiocinii in priore adducti casu, absque eo quod iteretur, confirmare licebit.

Tertius casus erit, cum iungens linea BC tangit in D peripheriam circuli, tunc sint F, E tangentium puncta ex B, & C, & ducta CA secabitur in G peripheria; accipiatur portio GE, quæ in FI translata, dabitur punctum I efficiens problema, quod vt in cæteris pote-



rit cõfirmari. Quartus casus erit quum alter punctorum in ipsa consistat peripheria, vt *C*, & *B* extra, tunc ductis *BC*, *BAG*, illa secabit in *D*, hæc vero in K peripheriam, & tunc minima adhuc erit difficultas, nam duplicabis *CD* in *DI*, & erit I quæsitum punctum, seu interceptæ *DK* assumens



æqualem *KI* in idem recidet I punctum, & iste casus ...anus fuerat in opusculo de reflexionis puncto, at ...em schema non legitimum.

Quintus

Quintus, & poſtremus eſt caſus, quum linea iungens data *BC* puncta ſecet circulum in *L*, & *O*, imperatum efficere; Agantur per centrum *BAF*, *CA*, & ex *B* linea contingens ſit ad punctum *D* (quæ duci non oportet) deinde diſtantia ex *E* puncto (vbi *CA* peripheriam ſecat) ad punctum *D* referatur ex *F* puncto diametri in *FI* (neque lineæ iſtæ deſignatæ habentur) Dico puncto *I* fieri quæſitum, hoc eſt inclinatæ *BI*, *CI* ad angulum *BIC* eundem angulum contingens *MI* biſecare, & expleta præparatione, vt in ſuperioribus eadem concluſio eruetur, vt reiterari non ſit opus.

ADNOTATIO.

ITaq; hisce paucis assumpta á nobis problemata tria geometricæ ditioni fore restituta speramus, vtiná quæ ex prçclaro illo opere supersunt, & eadem laborant indigentia, demum à violenta mechanicorum detentione vindicentur.

LAVS DEO.

Pag.	Linea.	*Errata.*	*Corrigenda.* Lege.
5	6	moueret	mouerat
10	21	† ALQ	† ACQ
	23	HLQ	HFQ
21	2	*à fine*, ad H.	ad E
27	14	*verba)* *sic corrigantur.*	ἐπιστημονικῶς
30	8	*græca)* *sic corrigantur.*	ἐπιχειρήμασι
31	4	*à fine*, perfrui	perfici
37	17	latus DE	latus DF
42	8	H circulus	*adde* H circulus bifariã
	18	iuncta DLK	iuncta HLK
49	4	*à fine*, sit potest	sit potens
51	18	–mate secundo	–mate sequente
71	6	CI . IB, IH, B	CI, IB, IN, B
	21	triens ADH	triens ADN
72	4	– do, alterni,	– do alternè
77	2	*verb. græc. sic cor.*	εἰς ἄπειρον
86	2	FHF	FHC
86	10	periphari	peripheria
86	14	& LN, DC	& DN, LC
88	15	in O, pucto	in O puncto
95	13	Proo liues	procliues
105	22	ncqueant	queant
126	9	825, 16	825, 616
133	15	LBF	LBE
138	4	Tynheni	Tyrrheni

Errata

Pagina	Linea.		Lege.
143	3	, & ON	& NM
148	21	A ad C	BA ad AC
163	3	ad AD	ad AC
165	6	*à fine*, CIN Itoſcelia,	CIO Iſoſcelia
167		*vltima* BGE	BAE
168	4	*à fine* angulos	angulus

PROBLEMA VINDICATVM.

Illustriss. ac Erudiss.

D. N. THEVENOT

A. SANCTINIVS S. P.

TVtelam eius causæ V. C, quæ ab omnibus habeatur plusquam deserta, siue infirmitatis omnimodè amissæ spei, curam suscipere, actiones vtique sunt ex sui natura adeò præsumptionis extremæ, quod á temeritatis nota vix per latum lineæ, quo caret, censentur distare, at quidem aliquando si videantur ad votum contingere, casui meritò oporteat adscribi: illarum scilicet processus nullum ex arte post se relinquunt vestigium. Ego quippè vel in eorum altero suspicabar incidissem discriminis momento, ex quo in animum versabar, aduersus omnium placitum, ex viribus Geometriæ liceret hauriri rationes pro constructione problematis, cuius argumentum in præmisso fecimus libello, & quia ad secundum eius problema, in quadam notatione, & de altera methodo specimen reliquimus, absque eo quod per omnem differentiam casus explicarentur, visus sum porrò nullam imposterum contingere posse oportunitatem magis congruam illud perficiendi, quám si vna simul ederentur, quare & post reliqua typis expressa tuo nomini hæc pauca nuncupari libuit, vt mea erga te obsequia; quibus ob noxium me tua fecerat humanitas, & excitarem, & simul publicè attestata euulgarem, quod sanè nil minus fore ingratum tibi suadeor.

Cæterum quàm maximè mihi incumbebat, ob nimiam

nimiam plurium importunitatem aliquid rationis exponere cur pro exiguo hoc opusculo permiserim tàm adeò enormes Editio implorasset morarum inducias, immò super addam, me non semel in eam descendisse cogitationem, quod vel ad euitandas molestias, vel ne actum elegantius inutiliter alij æmularentur, satius fuisse supprimi quam luci committendum, ratio cogitatus eiusmodi fuerat, monitum à multo receptum tempore. In Belgio expediri sub prælo rerum geometricarum ingens volumen, cui impositum fronti inter Heraclæas (*Plus vltra circuli quadratura*) ex circùm lato folio cernere licuit, vndè non ne debueram tunc concipere exequatam fuisse priùs lacunam hanc, á viro scilicet eruditissimo, & ad labores geometricos sustinendos vtiq; nato, ac ad Zetesim omnibus numeris instructo? Interim allata exemplaria cum euoluerem occurro ad propositionem 158. libri octaui, vbi fusè de proportionalitatibus, & in Corollarium ibidem inter alia sequentia sunt verba mihi fol 946.

» *Ita partitio rationis, vt peripheriæ in tres æquas*
» *partes, adhuc in Geometricis desiderari.*

Paulò post Romæ editum fuit aliud geometricum opus, cui author, haud doctrina minus, quam genere clarissimus, titulum fecerat, Hemisphærium dissectum, in eo reperio ferè ad calcem suæ anacephal oseos, mihi fol. 246 (fortè ex serie 236) hac sequentia verba.

» *Manifesta satis ex præmissis apparet ratio, quare*
» *multa problemata non sunt demonstranda per media*

 » *plana*

» *planza, vel Euclidis elementa.* E paulo infra. *natu-*
» *ra enim non permittit, quod per triplicem rationem ipsa*
» *fecerit, per duplicem resoluatur.*

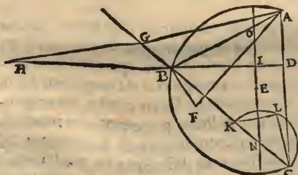
Et hisce quidem videtur vlterius aliquatenus progredi ad infirmandum primarium geometriæ genus, cæterum absq; controuersia est non sufficere Euclidis pro latitudine facultatis, at exquiri aliorum elementa. Neque videntes alios (nescio an proprius dixerim exscriptores quam auctores) quiescere à repetendis antiquorum geometriæ inuisis, tandem vt nostra aspiciát lucem permissimus, quid verò de exitu, non est meum enunciare, quò ad iudicatum methodum est vt sequitur & quidem

Problema controuersum iam nosti.

Sint datæ *BG, HG* angulum *HBG* efficientes recto minorem, præfinita *AB* intercipienda, vt pertineat ad *A* punctum datum, Demittatur in *BD* ex *A* perpendicularis concurrens cum *GB* in puncto *C*, erit triangulum

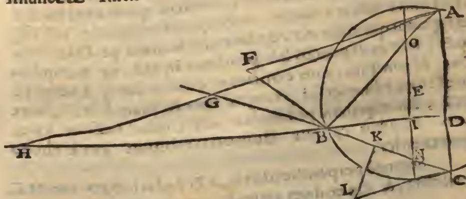
gulum *ABC* circa quod ſcribatur circuli portio; (& hucvſque omnibus infra figuris communis fiet conſtructio) quæ ſuſcipiet angulum *ABC* acutum, obtuſum, vel denique rectum, ſit in prima figura angulus acutus, & *AD* cadat ſuper lineam euntem per centrum *E*, quare Iſoſceles erit triangulum *ABC*, cui Baſi, *AC* æquidiſtet diameter per EN, quæ ſecabitur in *NO* a lateribus trianguli, & reſectæ portiones in vnam lineam poſitæ *CI*, ab eius quadrato auferatur quadratum *DE* diſtantiæ ſcilicet à diametro, & quod reliquum eſt *iL*, augeatur quadrato *AB*, & horum ſumma poſſit linea *AF*, hæc ex *D* puncto bis ponatur in *DB*, vt acquiratur *H* punctum, quo connexo cum *A* dato, linea ſic inclinata relinquet ſui partem interceptam *HG*, inter *BG*, *BH* æqualem præfinitæ *AB*, quod infra vnica pro omnibus caſibus demonſtrabimus methodo geometrica.

Secundò perpendicularis *AD* cadat in *BD* inter *E* centrum, & *A* in eodem angulo acuto *ABC* (communia cũ præmiſſo non repetimus) in hoc caſu; ex quadrato aggregati linearũ *CN*, *AO*, hoc eſt *CK* ſi quadratum



dratum auferatur duplæ *DI*, & fiat quadratũ *KL* relicti quadratum auferatur duplæ ... æquetur *BF*, quod quidem auctum quadrato *AB*, illa quæ potens sit linea *FA* ponenda ex *D* bis super *DB*, & habebitur *H*, ad quod iunctum *A*, linea illa iungens quæsitum præstabit.

Tertio *AD* cadat super eductam *BD* infra centrum *E* in angulo similiter acuto *ABC*, tunc quadratum duplæ iniunctæ lineæ *NC* † *AO*, vna cum quadrato duplæ



DI, nempè quadratum *CL* augeatur quadrato *AB*, vt linea potens sit *AF*, quæ ponatur ex *D* bis super *DB*. assequetur punctum *H* pro ratione quæsiti idoneum.

Quarto deinde in triangulo *ABC* angulum obtusum efficiens, & cum Isosceles fuerit cadet *AD* perpendicularis in centro siue *D* lineæ per centrum transeuntis, & ducta diameter æquidistans *EL*, iungatur *BL* secans *AC* in *N*, in hoc casu differentia quadratorum *NL*, *DE* sit ipsa *BF*, cuius quadratum auctum *AB*

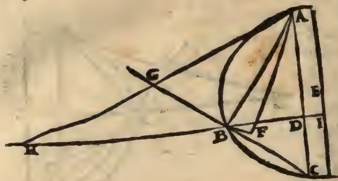
qua-

quadrato, illa duo potens erit *AF* linea ponenda ex *E* puncto bis super *DB*, & exiet *H* quæsitum.

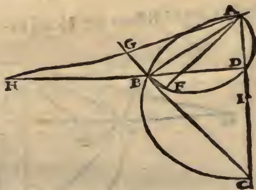
Quinto in angulo pariter obtuso *AD* perpendicularis supra *BD* cadat inter *E* centrum, & *A*, acta *EI* diametro æquidistans *AC* basi trianguli *ABC*, tunc iungatur *DE*, cui quadrato addito ipsi *AB* quadrato, erit eadem iuncta *AF* potens illa ponenda bis ex puncto *I*, & dabit *H* quæsitum punctum.

Sexto ad huc in angulo obtuso, quum super *BD* infra centrum *E* cadat *AD*, perpendicularis, vt in figura sexta, & diametro ex *D* ducta æquidistante *AC*, eo casu quadratum *AB* augeatur quadrato *BF*, æquali *DI*, & *FA*, vt in cæteris posita bis super *I* puncto in linea *DB*, dabit idem *H* quæsitū.

Septi-



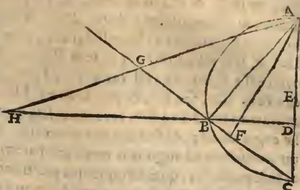
Septimo in angulo *ABC* recto triangulum sit scalenũ, vt cadat perpendicularis *BD* super diametrum *AC* inter centrum & punctum *A*, eo casu à quadrato *AB* auferatur semissis quadrati *DI* sit *BF*, & reliqua *AF* potens residuũ ponatur de more bis ex *D* super candẽ *DB*, & signabitur *H* punctum quæsitũ ad problema, vt supra.



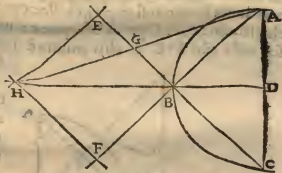
Octauo, vlterius in eodem angulo recto *ABC* triangulo que pariter scaleno *BD* super *AC* perpendicularis cadat infra *E* centrum, & punctum *C*, quo casu opus erit quadratum *DE* distantiæ à centro addere quadrato *AB*, & linea totum potens *AF*, posita super *DB*, bis exhibebit *H* quæsito idoneum.

Po.

Poſtremũ in angulo ſimiliter recto *ABC*, vbi perpendiculares *BD*, *AD* in centro cadunt, in triãgulo Iſoſcele *ABC*, vt habeatur *H* punctum, ab ipſa natura habetur, vel modica adhibita analyſi; dupla enim *AB*



ſuper diametrum *DB*, oſtendit *H* pũctũ, ad quod inclinata *AH* eius pars inter poſitas *HB*, *GB*, ęqualis fit ipſi *AB*; & quia omniũ ſymptomatum vna forma ſimplici oſtendi poſſunt ad naturæ normam videtur haberi, cuius genium eſt per quã breuiſſimè operari. In adiecta igitur figura ex *H* puncto binę agãntur *HE* parallela *AB*, & *HF* pariter parallela *BG*, & productę *BG*, *AB* concurrant in *F* pun-



B cto

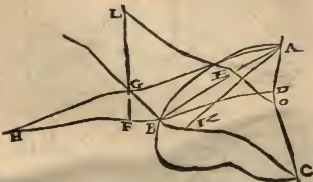
cto, vt HE, & BG in E, erit $BEHF$ parallelogrammum, & triangula tria AFH, ABG, HEG similia ob angulos æquales ex vi parallelarum, ergo per 2, & 6. libri 6. HE est ad HG, vt eadem HE, seu BF ad BA · è conuerso igitur vna est ratio HG ad EH, quæ AB ad eandem HE, seu BF, & per 9. & 16. libri quinti per mutando ita HE ad BF, vt HG ad AB, æquales sunt illæ ergo & istę, & factum erit propositum, scilicet interposita ter inclinatas ad angulum recto minorem, interposita fuit pręfinita, quæ ad punctum pertinet datum.

Cumq; aduerteremur eadem demonstrationis forma, totidē alios cōprehendere casus, si problema proponeretur construendum per punctum in reliqua ex inclinatis inuestigādum vtpotè G per quod necessariò ex A. conducta linea transiret, ex ipsa illectus effectionis pulchritudine, & eadē per casus repetere non grauabor, & fortasse tibi V. C. & alijs minimè iniucundum fore speramus.

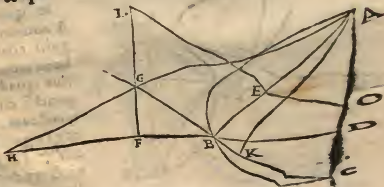
Breuiter igitur: in quolibet schemate, ex cētro circuli cuius portio quodcūq; triangulum sibi suscipit ducta est EL, siue DL parallela BG, & in ea scindenda pars fuerit

rit pro oportunitate casus. Et

Primum in figura prima ponatur *AB* æqualis *EL*, & ex *L* demittatur perpendicularis *LF*, super reliqua *BH*, secabitur altera in *G* puncto, per quod conducta linea *AH*, eius pars *HG* datis intercepta, erit æqualis *AB*, quod vna pro cunctis est præmissa demonstratio, si preparetur, vt supra.



In secunda figura, angulo *ABC* pariter recto, & scaleno triangulo cuius minus latus sit *AB*, eius quadratum augeatur quadrato *DO*, & ipsa *AK* potés ponatur in *EL*, & demissa normalis *LF* secabit *G* aptum ad quæsitú.



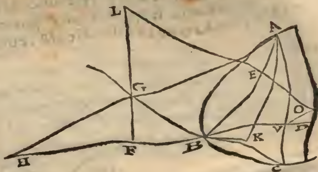
In tertia deinde figura eodem angulo recto, & latus *AB* sit in scaleno maius, eodem modo *DO* quadratum additum quadrato *AB*, idem *AK* in *EL*, &c.

Sit in angulo obtuso *ABC* primum triangulũ Isosceles quadrato *AB* addantur duo quadrata, alterũ ex dupla *SK*, & alterum ex dupla *DV*, & sint ipsa *AL* quadratum. Iuncta ergo *BI* ponatur in *EL*, vt in quarta figura, reliqua agãtur, vt supra.

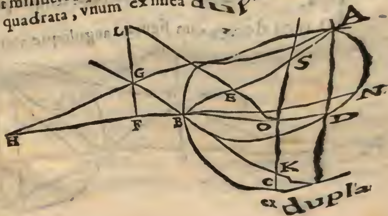
In quinta figura, & eodem obtuso angulo trianguli *ABC* latus minus sit *AB*, eius quadratum augendũ erit per duo quadrata, vnum ex adgregato linearum *SN*† *IK*, alterum verò ex dupla *VO*, sit illa, quadratum ex *AP*, li-

AP – linea igitur (si duceretur) BP ponenda erit in EL æqualis, & reliqua sequentur vt supra.

In sexta figura eodem angulo obtuso A BC sit latus maius scaleni AB, eius quadratum augeatur per quadratum VO, & ipsa AK potens abscindatur in EL æqualis, & cætera sequentur.



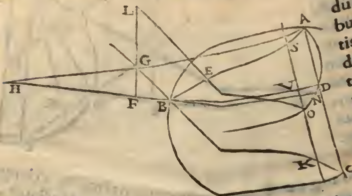
Sit porrò in angulo acuto ABC primùm triangulum Isosceles, vt in figura septima latus sectum AB opus erit minuere, quod fiet si á quadrato AB demantur duo quadrata, vnum ex linea dupla CK, alterum



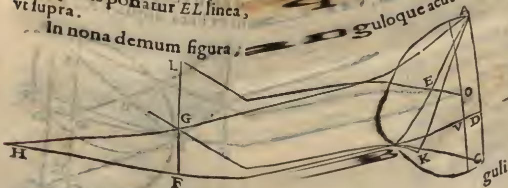
ex dupla

ex dupla *DO*, quæ duo possit linea *AN* (si ducaretur) reliqua verò *BN* ponenda erit in *EL*, vt sint æquales, & tunc demissa ex *L* perpendicularis fiet quæsitú, &c.

In octaua figura acuto pariter angulo trianguli *ABC* scaleni minus latus sit *AB*, cuius quadratum similiter minuendú erit, duobus quadratis; vnum à dupla *DV*, alterum à composita ex *CK* * *AS*, esset adgregatum illud (si duceretur linea) quadratum possit *BN*, quod potest *AN*. & reliquum quæ reliqua præstabit, cui æqualis ponatur *EL* linea, vt supra.



In nona demum figura; anguloque acuto trianguli



guli ABC maius latus sit AB factus, si eius quadratum per quadratum DV augeatur, linea illa potens AK fiet apta quæsito, scilicet posita æqualis EL; & demissa normalis LF secta erit in G linea BG per quod conducta AGH fiet eius pars HG æqualis AB, quod faciendum proponebatur.

Præterea methodum inducere aliam, præmissis longè vtique concinniorem, liceret; & qua pro anguli varietate GBH facilè expedirentur omnia symptomata, ratioque demonstrandi per æqualitatem, haud per proportionem procederet, at pro re nimium exagitata, in aliam remittimus oportunitatem; interim hoc festiuo lubeat epistolam claudi.

Eudoxus Gnidius (attestante nimirum Philosopho) ægrè tulerat ab Eutocio Ascalonita repulsam, ne in albo recenseretur eorum, qui Geometriæ tunc indigenti sua deprompserant inuenta, nunc quippe vel excitatus, Principi Euclidi accurrens se prostrauit, vt pro sphalmate admisso ex perperam concepta analogiæ veniam impetraret, ac simul adire facultatem eidem Eutocio protestaturus, quod relata monumento codicis molimina illicò deleret, veluti nedum inefficacia, verùm pluribus non modicè noxia, etenim ob antiquitati venerandæ debitum delatumq; obsequium inhibuissent, quin præclara alumnorum ingenia suas exererent vires, cui vultu quippè hilari adnuens ipse Princeps, & tanquam in disciplina educatus Pythagoræa, insuper voluit, quod authores, vt erant in albo relati sibi sisterent (salua nihilominus in reliquis omnimoda co-

da eorum dignitate præstantia, atque sapientia) vt corã spontè faterentur, licentiosè nimis ab alumnis fuisse prolatum, Princeps ipse diminutus habuisse, doctrinam nobis relictam scilicet, nullò specimine cultoribus indicato pro duabus medijs inter extremas lineas, pro anguli trisectione plani, & huiusmodi tanquam ideò ad incitas reuocata facultas, cogeretur citra probrum à vernaculis improba emendicare subsidia, quod contrarium experitur modo elementa ex arte, vt par est, ac ritè componantur. Vale.

E tenebris autem, quæ fuere in luce tuemur.

Superiorum permissu.

MACER[illegible]TÆ,
Apud Philippum Camaccium. 16[illegible]

FLORA